

PROYECTO **ReMa**

Fortaleciendo el aprendizaje

MATEMÁTICA **2º AÑO** Secundaria



Apellido y Nombre:

PROYECTO

ReMa

Fortaleciendo el aprendizaje

MATEMÁTICA 2º AÑO
Secundaria

Las siguientes hojas los acompañarán en el proceso de preparación de Matemática de 2do año. A través de las actividades presentadas en el siguiente cuadernillo, realizarán un recorrido por los conceptos más relevantes e imprescindibles de la asignatura.

La propuesta se orienta hacia la resolución de problemas de conteo y situaciones en las que intervienen operaciones con múltiplos y divisores en \mathbb{N} y en \mathbb{Z} . Profundiza, además, en el conjunto de los números racionales desde las distintas interpretaciones del concepto de Fracción, y analiza la Función lineal y su aplicación en el mundo que nos rodea.

iManos a la obra!

Problemas de Conteo



Enfocando el tema

Para contar todas las formas en las que puede agruparse una cierta cantidad de elementos, éstos deben organizarse para no saltar ninguna posibilidad. Para facilitar esta tarea, un buen recurso es el diagrama de árbol.

Pero si los elementos que intervienen en la colección son muchos, este sistema resulta poco práctico. Un punto de partida podría ser pensar en un problema similar pero con una menor cantidad de elementos, para poder encontrar una estructura multiplicativa que pueda trasladarse al problema propuesto.

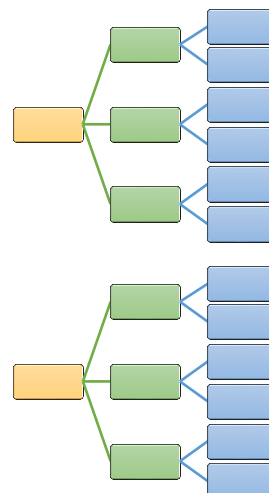
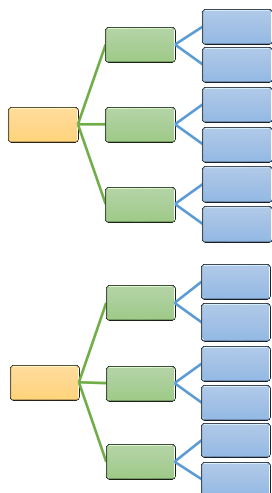
También verás que en algunos casos importa el orden en que se presentan los elementos en cada agrupación, mientras que en otros casos sólo interesa saber qué elementos la componen, sin importar en qué orden aparecen. Por eso hay que analizar cada problema cuidadosamente.

Para empezar a pensar:

Actividad N° 1

Considerando los dígitos 1, 3, 6 y 7:

a) Escribí todos los números posibles de tres cifras no repetidas que pueden formarse con ellos, completando el siguiente diagrama de árbol:



b) Determiná mediante un cálculo cuántos números pueden formarse en las mismas condiciones establecidas en el ítem anterior. (Completá los espacios en blanco con la cantidad de dígitos disponibles para cada posición)

$$\boxed{} \times \boxed{} \times \boxed{} =$$

1° cifra 2° cifra 3° cifra

Actividad N° 2

En el casting de la novela “Embrujo de Corazones” se presentaron 6 actrices y 4 actores para interpretar los personajes de Roberta y Fabrizio. ¿Cuántas son las parejas que pueden formarse?

Actividad N° 3

En un torneo de fútbol, los equipos que intervienen son “Saetas del Botín”, “Tapones de Punta”, “Posición Adelantada” y “Hay Equipo”. Juegan todos contra todos.

- ¿Cuántas posibilidades de clasificación hay?
- ¿Cuáles son las posibles clasificaciones si sabemos que “Tapones de Punta” salió último?
- ¿Y si sabemos que “Posición Adelantada” no fue primero?

Actividad N° 4

Alma, Luciana, Mariana y Olivia abrieron una zapatería. Quieren que el nombre del local esté formado por las iniciales de todas.

- ¿Cuántas posibilidades existen?
- ¿Cuántos de los nombres posibles terminan con L?
- ¿Cuántos empiezan con vocal?

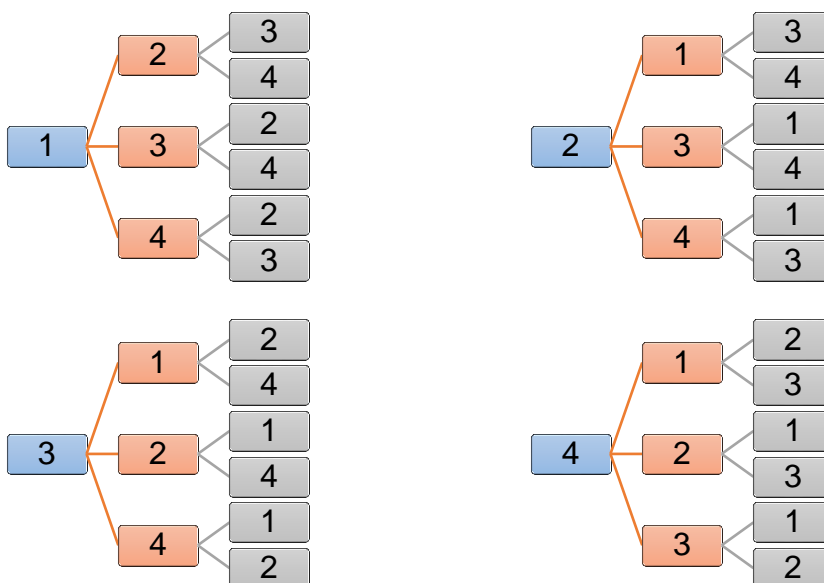
Actividad N° 5

Para realizar un viaje, María armó su equipaje con un par de zapatillas, un par de zapatos, dos pantalones, una pollera y cuatro remeras.

- ¿De cuántas maneras distintas puede vestirse?
- ¿De cuántas formas puede vestirse si decide no usar la pollera?

Actividad N° 6

¿Podés inventar el enunciado de un problema que se resuelva con el siguiente esquema?



Actividad N° 7

A un campamento van doce chicos. Se quiere designar un grupo de tres chicos para organizar guardias durante la noche. ¿Cuántos grupos diferentes se pueden formar?

Actividad N° 8

En un curso hay 23 alumnos.

- ¿Cuántos pares de alumnos pueden elegirse para participar en una delegación?
- Si los dos alumnos se eligieran para ser abanderado y escolta, ¿las posibilidades son las mismas que en el caso anterior?

Para profundizar el tema:

Actividad N° 9

¿Cuántos números pares de tres cifras diferentes pueden formarse con los dígitos 1, 3, 6 y 7? (Realizá el diagrama de árbol y verificá el resultado obtenido mediante un cálculo)

Actividad N° 10

¿Cuántos números de tres cifras pueden formarse con los dígitos 2, 3, 5 y 7? (¡Cuidado! Tené en cuenta que pueden tener cifras repetidas)

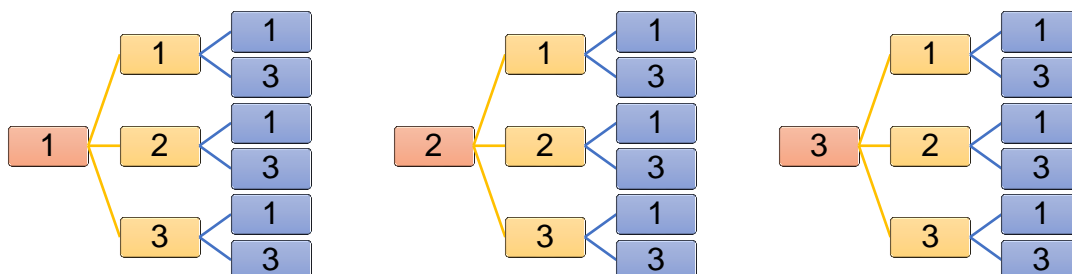
Actividad N° 11

Utilizando los dígitos 1, 5, 7 y 8:

- ¿Cuántos números distintos de tres cifras no repetidas pueden armarse?
- ¿Cuántos de ellos son múltiplos de 5?
- ¿Cuántos son menores que 700?

Actividad N° 12

¿Podrías inventar un problema que se resuelva aplicando el siguiente esquema?



Actividad N° 13

Para preparar un examen de Matemática, una profesora cuenta con cinco problemas de geometría, cuatro problemas de aritmética y tres problemas de conteo.

- ¿Cuántos exámenes diferentes podrá preparar si el examen consiste en un problema de cada tipo?
- ¿Y si el examen consta de dos problemas de geometría, uno de aritmética y tres de conteo?

Actividad N° 14

Alejandro, Pedro, Julián y Santiago planean ir a ver juntos un partido de básquet.

- ¿De cuántas maneras distintas se pueden sentar?
- ¿De cuántas maneras pueden ubicarse si Alejandro y Pedro están sentados juntos y en ese orden?
- ¿Y si Alejandro y Pedro están juntos, pero en cualquier orden?

Actividad N° 15

Cuatro amigos van a la heladería y piden un cucurucho de un único sabor cada uno. En la heladería ofrecen 7 sabores diferentes. ¿Cuántos pedidos distintos pueden realizar en la caja si todos comen helados diferentes?

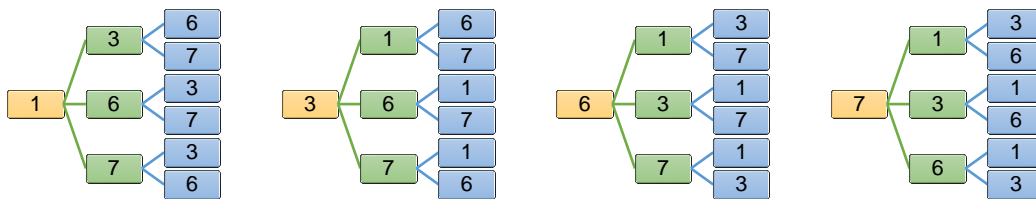
Actividad N° 16

Calculá cuántas claves distintas de 4 letras pueden formarse utilizando solamente las 6 primeras letras del abecedario (en cada clave puede haber letras repetidas).

Respuestas para los Problemas de Conteo

Actividad N° 1

a)



b) Total de números: $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$

Actividad N° 2

Hay 24 parejas posibles

Actividad N° 3

a) $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ b) Hay 6 posibilidades c) Hay 18 posibilidades

Actividad N° 4

a) 24 b) 6 c) 12

Actividad N° 5

a) $2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$ b) $2 \cdot 2 \cdot 4 = 16$

Actividad N° 6

Un enunciado posible sería: "Escribir todos los números de tres cifras no repetidas que pueden formarse con los dígitos 1, 2, 3 y 4"

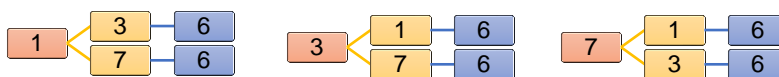
Actividad N° 7

220 grupos

Actividad N° 8

a) 253 b) 506

Actividad N° 9



Total de posibilidades: $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$

Actividad N° 10

$$4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$$

Actividad N° 11

- a) 24 b) 6 c) 12

Actividad N° 12

Un enunciado posible es: "Escribir todos los números impares de tres cifras que pueden formarse con los dígitos 1, 2 y 3"

Actividad N° 13

a) $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$

b) $10 \cdot 4 = 40$ (cantidad de pares de ejercicios de geometría por cantidad de ejercicios de aritmética)

Actividad N° 14

- a) 24 b) 6 c) 12

Actividad N° 15

35 (Tené en cuenta que no importa el orden en que realicen el pedido)

Actividad N° 16

$$6^4 = 1296$$

Múltiplos y divisores en N y en Z



Enfocando el tema

Un número entero a es múltiplo de otro número entero b (siendo b distinto de 0), si existe un entero n (único) que verifique que $a = n \cdot b$. En tal caso, diremos también que b es divisor de a .

Recordamos las condiciones de la **división entera** en Z :

$$\begin{array}{l} \text{DIVIDENDO} \\ \text{resto/} \end{array} \begin{array}{l} | \\ \text{cociente} \end{array} \text{ , siendo } \begin{cases} d \neq 0 \\ D = d \cdot c + r \\ 0 \leq r < |d| \end{cases}$$

Cuando el resto de la división es igual a 0, la división se considera **exacta**

Para empezar a pensar:

Actividad N° 1

Dispongo de cierta cantidad de tizas y quiero armar grupos para distribuir entre los profesores. Puedo armar grupos de cinco tizas sin que sobre ninguna. También puedo armar grupos de 6 o de 9 y tampoco sobra ninguna. Son más de 200 y menos de 300. ¿Cuántas tizas tengo?

Actividad N° 2

Inventá cuatro multiplicaciones de dos factores que den el mismo resultado que 8×12 , sin hacer la cuenta.

Actividad N° 3

A partir de la multiplicación $18 \times 5 = 90$, completá los siguientes cálculos:

- a) $6 \times \square = 90$
- b) $\square \times 5 = 180$
- c) $\square \times 5 = 45$

Actividad N° 4

Decidí si cada una de las siguientes afirmaciones es **Verdadera** o **Falsa**. Justificá tu elección en todos los casos.

- a) Todos los múltiplos de 15 son múltiplos de 5 y de 3
- b) Todos los múltiplos de 6 son también múltiplos de 3
- c) Todos los múltiplos de 3 son también múltiplos de 6
- d) Los divisores de 8 son infinitos
- e) El número 8 tiene infinitos múltiplos

Actividad N° 5

Sumá tres enteros positivos consecutivos. ¿Es el resultado un múltiplo de 3? Ahora sumá tres enteros negativos consecutivos. ¿Ocurrió lo mismo que en el caso anterior? ¿Podrías generalizar el proceso para cualquier terna de enteros consecutivos?

Actividad N° 6

Sabiendo que $42 \cdot 12 = 504$, decidir si las siguientes afirmaciones son **Verdaderas** o **Falsas**, sin realizar ninguna cuenta. Justificar la elección.

- | | |
|--------------------------|---|
| a) 504 es múltiplo de 6 | d) 504 es múltiplo de 15 |
| b) 504 es múltiplo de 21 | e) 7 es divisor de 504 |
| c) 504 es múltiplo de 14 | f) Si se divide 504 por 9, el resto no es 0 |

Actividad N° 7

Estoy ordenando mis CD. Si los agrupo de a 5 o de a 7 no sobra ninguno. Si los agrupo de a 4, sobran 2. ¿Cuántos CD tengo?

Actividad N° 8

Considerando que $25 \cdot 18 = 450$, deducir (sin hacer ninguna cuenta) cuál es el resto en las siguientes divisiones:

- | | |
|---------------|---------------|
| a) $450 : 9$ | c) $453 : 18$ |
| b) $450 : 15$ | d) $457 : 25$ |

Para profundizar el tema:

Actividad N° 9

Pensá un número entero. Sumale su doble, luego su triple y luego su cuádruple. ¿Obtuviste un múltiplo de 10? ¿Esto sucede eligiendo cualquier número entero? ¿Por qué?

Actividad N° 10

Un distribuidor de golosinas quiere armar una oferta de chocolates. Intenta armar combos de 3 chocolates, de 4 chocolates y de 5 chocolates, pero en todos los casos le sobra uno. Sabe que son más de 300 y menos de 400. ¿Cuántos chocolates tiene?

Actividad N° 11

Reviso mi colección de estampillas. Si se agrupan de a 2, sobra 1. Si se agrupan de a 3, sobran 2. De a 4, sobran 3 y de a 5 sobran 4. ¿Cuántas estampillas tengo?

Actividad N° 12

Observá la siguiente división, donde “m” y “n” son números naturales:

$$\begin{array}{r} m \overline{) 5} \\ 3 \overline{) n} \end{array}$$

- ¿Cuánto habría que sumarle a “m” para que el resto sea 4?
- ¿Cuál sería el resto si el dividendo fuera $m + 2$?
- ¿Cuál será el resto si el dividendo fuera $m - 2$?

Actividad N° 13

¿Cuáles son los números enteros positivos que al ser divididos por 4 presentan un cociente igual al resto? Explorá todas las posibilidades.

Actividad N° 14

Encontrá todos los números enteros positivos que al ser divididos por 5 tienen un cociente igual al doble del resto.

Actividad N° 15

La profesora planteó la siguiente división: $-23 : 5$, y pidió a los alumnos que la resuelvan prestando especial atención a la definición de división entera.

Juliana respondió que el resultado es -4 y el resto es -3 , porque $-4 \cdot 5 + (-3) = -23$.

Aurora respondió que el resultado es -5 y el resto es 2 , porque $-5 \cdot 5 + 2 = -23$.

¿Cuál de las dos respondió bien? ¿Qué error cometió la que respondió mal?

Actividad N° 16

Considerando la siguiente división, indicá si cada afirmación es **Verdadera** o **Falsa**, justificando tu elección:

$$\begin{array}{r} 49 \overline{)15} \\ 4 / 3 \end{array}$$

- a) Si sumo 4 al divisor, la división es exacta
- b) Si resto 4 al dividendo, la división es exacta
- c) En la división entre -49 y 15 , el cociente es -3 y el resto es -4
- d) En la división entre -49 y 15 , el cociente es -4 y el resto es 11
- e) $-49 : 15$ tiene el mismo cociente que $49 : (-15)$

Respuestas para el tema Múltiplos y Divisores en N y en Z

Actividad N° 1

270 tizas

Actividad N° 2

4 . 24 2 . 48 16 . 6 3 . 32

Actividad N° 3

- a) $6 \times 15 = 90$
- b) $36 \times 5 = 180$
- c) $9 \times 5 = 45$

Actividad N° 4

a) V b) V c) F d) F e) V

Actividad N° 5

$$x + x+1 + x+2 = 3x +3 = 3(x+1)$$

Actividad N° 6

a) V b) V c) V d) F e) V f) F

Actividad N° 7

70 CD

Actividad N° 8

a) 0 b) 0 c) 3 d) 7

Actividad N° 9

$x + 2x + 3x + 4x = x(1+2+3+4) = x \cdot 10$

Actividad N° 10

361 chocolates

Actividad N° 11

59

Actividad N° 12

a) 1 b) 0 c) 1

Actividad N° 13

5; 10 y 15

Actividad N° 14

11; 22; 33; 44

Actividad N° 15

Aurora respondió bien, Juliana no tuvo en cuenta que el resto no puede ser negativo.

Actividad N° 16

a) F b) V c) F d) V e) F

Los números racionales



Enfocando el tema

Retomamos aquí nuestro trabajo en el conjunto de números racionales.

Profundizaremos las distintas interpretaciones del concepto de fracción como:

- ✓ parte de un todo
- ✓ medida
- ✓ cociente entre un número entero cualquiera y otro entero distinto de cero
- ✓ razón (proporcionalidad, porcentaje)

Verificaremos que el conjunto de números racionales es un conjunto denso, es decir que entre dos números racionales siempre podés encontrar otro racional.

Resolveremos ejercicios y problemas utilizando las operaciones con racionales y sus propiedades.

Repasaremos también las diferentes maneras de aproximar la expresión decimal de un número racional:

a) **Redondeo:** escribiendo el número hasta la cantidad de cifras que deseamos que tenga, teniendo en cuenta que, si la cifra siguiente es mayor o igual que 5, se suma 1 a la última cifra a escribir, de lo contrario se deja como está.

b) **Truncamiento:** escribiendo el número hasta la cantidad de cifras que deseamos que tenga, eliminando las restantes.

Para empezar a pensar:

Actividad N° 1

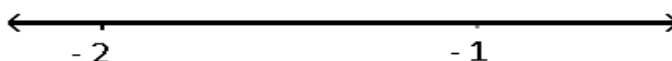
De una barra de cereal, ¿por qué puedo comer $\frac{3}{5}$ y no $\frac{5}{3}$? Justificá tu respuesta.

Actividad N° 2

Si $0 < \frac{a}{b} < 1$ (con $b \neq 0$), indicá cómo es **a** con respecto a **b**. Justificá tu respuesta.

Actividad N° 3

- a) ¿Cuántos números enteros hay comprendidos entre -2 y -1 ?
- b) ¿Podés escribir 3 fracciones de distinto denominador comprendidas entre -2 y -1 ?
- c) ¿Y 2 fracciones con denominador 5? Ubicalas en la recta numérica.



Actividad N° 4

Escribí una fracción de denominador 45 que esté comprendida entre $\frac{2}{5}$ y $\frac{3}{5}$. Ubicala en la recta numérica

Actividad N° 5

- a) ¿Cuántas bolsas de $\frac{1}{4}$ kg se pueden llenar con $2\frac{1}{2}$ kg de galletas?
- b) Para repartir 5 litros de desinfectante, ¿cuántos bidones de $\frac{3}{4}$ litro necesito?

Actividad N° 6

Elegí la opción correcta: El 25% de un número A, equivale a:

$\frac{A}{4}$

$\frac{A}{5}$

$\frac{A}{25}$

25.A

Actividad N° 7

Escribí el inverso y el opuesto de los siguientes números:

Número	0,5					1,36
Inverso		$-\frac{5}{3}$		2,5		
Opuesto			$\frac{1}{9}$		-1	

- a) ¿Qué obtenés al multiplicar un número por su inverso?
- b) ¿Y al dividirlos?

Actividad N° 8

Se realizó una encuesta para conocer cuál es el gusto de helado que más se consume. La contestaron 120 personas y los resultados aparecen en la siguiente tabla:

vainilla	40 %
chocolate	30 %
dulce de leche	20 %
frutos rojos	10 %

¿Cuántos de los encuestados prefieren los helados de vainilla o chocolate?

Actividad N° 9

Elegí la opción correcta: Al resolver $1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}$ se obtiene:

2

$\frac{5}{2}$

$\frac{5}{3}$

$\frac{4}{3}$

Actividad N° 10

Colocá los paréntesis que creas necesarios para que se verifiquen las siguientes igualdades:

a) $1 + \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} - 1 = -\frac{3}{5}$

b) $2 : 0,5 - \frac{1}{4} = 8$

Actividad N° 11

Resolvé:

$$a) \left(-\frac{1}{2}\right)^4 : \left(-\frac{1}{4}\right)^3 + \frac{5}{4} =$$

$$b) \left(-\frac{7}{8}\right)^0 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \left(-\frac{1}{8}\right) =$$

$$c) \sqrt{\left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{2}{49}} =$$

Actividad N° 12

Sabiendo que $m = \frac{1}{2}$ y $n = \frac{1}{3}$, calculá $(m+n)^{-1}$

Actividad N° 13

¿Cuál es el número que multiplicado por 0,01 da por resultado $-2,5$?

Actividad N° 14

Calculá el valor de la letra que satisface las siguientes igualdades:

$$a) 4 \cdot \sqrt{1-4b} = 12$$

$$b) \frac{0,01}{0,4+0,02} = \frac{0,4^2}{x}$$

$$c) \frac{-5 + \frac{77}{10}}{c} = \frac{c}{0,3}$$

Actividad N° 15

Aproximá estos números decimales a los centésimos, por truncamiento y redondeo:

a) 2,476

b) 7,823

Actividad N° 16

Escribí un número con 5 cifras decimales, cuyo truncamiento y redondeo a 3 cifras decimales coincida.

Actividad N° 17

En una mezcla de colores, María combina 5 litros de pintura roja con 2 litros de pintura azul y dos litros de pintura amarilla. ¿Qué porcentaje (redondeado a centésimos) de la mezcla representa la pintura roja?

Actividad N° 18

Dada la fracción $\frac{17}{9}$, dividí el numerador y el denominador entre sí para hallar su expresión decimal. Verificá con la calculadora. ¿Encontrás diferencias?

Actividad N° 19

Sabiendo que la luz recorre 300000 km en un segundo, calculá la distancia que recorre en un año, llamada **año luz**.

Actividad N° 20

Elegí la opción correcta: La estrella **Sigma 2398 A** se encuentra a 11,5 años luz de la Tierra. Esa distancia es:

$1,0925 \cdot 10^{14}$ $1,0925 \cdot 10^{15}$ $1,0925 \cdot 10^{16}$ $1,0925 \cdot 10^{17}$

Actividad N° 21

Expresá el resultado de $\frac{4 \cdot 10^4}{2 \cdot 10^{-7}}$ en notación científica

Para profundizar el tema:

Actividad N° 22

Se debe repartir una herencia entre cuatro personas: a Jorge le corresponden $\frac{7}{30}$ del total, a Fernanda $\frac{4}{15}$, a Esteban $\frac{1}{3}$ y a Claudia $\frac{1}{6}$. ¿Quién recibe la mayor parte de la herencia? Justificá la respuesta.

Actividad N° 23

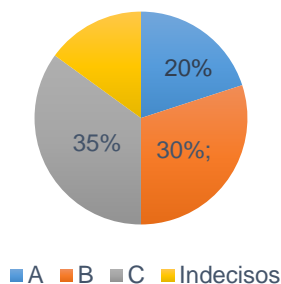
Mi abuela fue al supermercado y realizó una compra de \$ 340. En la caja le descontaron el 10% por ser jubilada. Luego, por haber abonado con tarjeta de débito, el banco le devolvió un 15 % de lo que había pagado. ¿Podés afirmar que terminó pagando un 25% menos del importe original? Justificá tu respuesta.

Actividad N° 24

¿Cuál es el número cuya mitad aumentada en 5 da por resultado -3?

Actividad N° 25

En una encuesta sobre la intención de voto de una población, sobre un total de 420 personas encuestadas, se obtuvieron los siguientes datos:



¿Cuál es el porcentaje de indecisos y qué número de personas representa?

Actividad N° 26

Elegí la opción correcta: Pablo salió de su casa con cierta cantidad de dinero. Primero entró en la librería y gastó la cuarta parte de lo que llevaba. Luego fue al kiosco y allí gastó la mitad de lo que le quedaba. Por último gastó los \$6 restantes en la tienda. La expresión que permite conocer la cantidad de dinero con que salió de su casa es:

$\frac{1}{4}x + \frac{1}{2}x + \$6 = x$ $\frac{1}{4}x + \frac{1}{2}x = \6 $\frac{1}{4}x + \frac{3}{8}x + \$6 = x$ $\frac{1}{4}x + \frac{3}{8}x - x = \6

Actividad N° 27

¿Para qué valor de "x" se cumple que $3^x = \frac{1}{27}$?

Actividad N° 28

Ordená los números $M = 4,51 \cdot 10^{-6}$; $N = 45,1 \cdot 10^{-5}$ y $P = 451 \cdot 10^{-7}$ de menor a mayor

Respuestas para el tema Números Racionales

Actividad N° 1

No puedo comer $\frac{5}{3}$ de una barra de cereal ya que esta fracción supera a un entero.

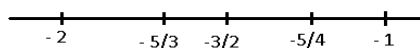
Actividad N° 2

a y b deben tener el mismo signo y $|a| < |b|$, porque de lo contrario la fracción sería mayor que 1.

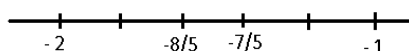
Actividad N° 3

a) Ninguno

b) Por ejemplo: $-\frac{5}{3}$; $-\frac{3}{2}$; $-\frac{5}{4}$



c) Por ejemplo: $-\frac{8}{5}$; $-\frac{7}{5}$



Actividad N° 4

La fracción que buscamos debe estar comprendida entre $\frac{18}{45}$ y $\frac{27}{45}$, por ejemplo

puede ser: $\frac{20}{45}$, entre otras.

Actividad N° 5

a) 10

b) 7

Actividad N° 6

$\frac{A}{4}$

Actividad N° 7

Número	0,5	$-\frac{3}{5}$	$-\frac{1}{9}$	$\frac{2}{5}$	1	1,36
Inverso	2	$-\frac{5}{3}$	-9	2,5	1	$\frac{25}{34}$
Opuesto	-0,5	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{9}$	$-\frac{2}{5}$	-1	-1,36

- a) 1 b) El número elevado al cuadrado

Actividad N° 8

84

Actividad N° 9

$\frac{5}{3}$

Actividad N° 10

a) $\left(1 + \frac{4}{5}\right) \cdot \left(\frac{2}{3} - 1\right) = -\frac{3}{5}$ b) $2 : \left(0,5 - \frac{1}{4}\right) = 8$

Actividad N° 11

a) $-\frac{11}{4}$ b) $\frac{51}{8}$ c) $\frac{1}{7}$

Actividad N° 12

$\frac{6}{5}$

Actividad N° 13

-250

Actividad N° 14

a) $b = -2$ b) $x = 6,72$ c) $c = +0,9$ ó $c = -0,9$

Actividad N° 15

- a) truncamiento: 2,47 redondeo: 2,48
b) truncamiento: 7,82 redondeo: 7,82

Actividad N° 16

Un posible número es: 13,79348, ya que su truncamiento es 13,793 y el redondeo 13,793

Actividad N° 17

55,56 % de pintura roja

Actividad N° 18

Al realizar la división se obtiene 1,8888..., y con la calculadora 1,888888889, porque redondea la última cifra que aparece en el visor.

Actividad N° 19

Año luz: $9,4608 \cdot 10^{12}$

Actividad N° 20

$1,087992 \cdot 10^{14}$

Actividad N° 21

$2 \cdot 10^{11}$

Actividad N° 22

La mayor parte la recibe Esteban porque Jorge recibe $\frac{7}{30}$, Fernanda recibe $\frac{8}{30}$, Esteban recibe $\frac{10}{30}$ y Claudia recibe $\frac{5}{30}$

Actividad N° 23

Importe: \$340 Descuento por jubilada: \$34 Pagó \$306

Devolución del banco (por pagar con tarjeta de débito): 15 % de \$306 = \$ 45,90

En total le descontaron: \$34 + \$45,90 = \$ 79,90

El 25 % de 340 es \$ 85, por lo tanto podemos afirmar que no le descontaron un 25%

Actividad N° 24

El número es -16

Actividad N° 25

15%; o sea 63 personas

Actividad N° 26

$$\frac{1}{4}x + \frac{3}{8}x + \$6 = x$$

Actividad N° 27

$$x = -3$$

Actividad N° 28

$$M < P < N$$

Función Lineal



Enfocando el tema

Las funciones son relaciones entre dos variables (una dependiente de la otra) que cumplen con ciertas condiciones (a cada valor de la variable independiente le corresponde uno y sólo un valor de variable dependiente).

La evolución de estos procesos puede registrarse utilizando gráficas, tablas de valores o fórmulas.

En algunas situaciones, las magnitudes relacionadas presentan una variación uniforme. Las funciones que permiten modelizar estas situaciones se llaman funciones lineales, y responden a la fórmula $f(x) = ax + b$. Su representación gráfica es una recta, donde **a** es la **pendiente** y **b** la **ordenada al origen**.

Para empezar a pensar:

Actividad N° 1

Cristina coloca alcohol en un recipiente hasta completar 6 cm de altura. Observa que cada día el nivel del líquido baja 0,5 cm por efecto de la evaporación.

a) Después de 3 días, ¿cuántos cm de altura ocupará el alcohol en el recipiente?

b) ¿Cuántos días deberán transcurrir para que se vacíe el recipiente?

c) *Elegí la opción correcta:* ¿Cuál de estas fórmulas representa esta situación? (“A” es la altura ocupada por el alcohol y “D” son los días transcurridos)

$A = 0,5 D + 6$ $A = (6 - D) 0,5$ $A = -0,5 D + 6$ $A = (-0,5 + 6) \cdot D$

Actividad N° 2

Sobre una hornalla encendida a fuego mínimo, se coloca un recipiente con agua que se sacó de la heladera con una temperatura de 2°C, y se la deja hasta que hierva. (El punto de ebullición del agua es 100°C).

A medida que transcurre el tiempo se va registrando en la siguiente tabla la temperatura del agua.

Tiempo M (minutos)	0	10	20	30	40
Temperatura T (°C)	2	22	42	62	82

De acuerdo a esta información:

a) ¿Cuál es la variación de la temperatura por minuto?

b) ¿Qué temperatura alcanzará el agua a los 35 minutos? ¿Por qué?

c) ¿Cuántos minutos deberán transcurrir para que el agua hierva? Explicá cómo lo obtuviste.

d) ¿Cuál es la fórmula que permite calcular la temperatura del agua sobre la hornalla a medida que transcurren los minutos? (Designá “T” a la temperatura y “M” al tiempo transcurrido). $T = \dots\dots\dots$

e) Si la temperatura del agua es 28 °C, ¿cuántos minutos estuvo el recipiente sobre la hornalla?

Actividad N° 3

Sol es una motociclista que se desplaza a una velocidad constante de 120 km/h. Inició un recorrido con su moto a 40 km de distancia de su casa y desea llegar al km 400, donde se encontrará con su amigo Matías.

- Representá esta situación en un sistema de ejes cartesianos. Explicá cómo lo construís. ¿Qué figura se obtiene?
- ¿Cómo podrías, utilizando el gráfico, saber cuánto tiempo le llevará llegar a la mitad del recorrido (donde la espera Juan), para continuar e ir al encuentro de Matías?

Actividad N°4

Fernando tiene una pileta de natación en su casa llena con un volumen de 9m^3 de agua. La pileta se vacía con una bomba que extrae $0,5\text{m}^3$ de agua por hora.

- Expresá la fórmula que permite calcular la cantidad de agua que va quedando en la pileta (C) en función del tiempo que lleva funcionando la bomba (T).
- Representá la situación en un sistema de ejes cartesianos.
- ¿Qué representan los puntos donde la gráfica interseca a los ejes “x” e “y”?
- Si la bomba extrajera $1,5\text{m}^3$ por hora, ¿en qué punto la gráfica cortaría al eje “x”?

Actividad N° 5

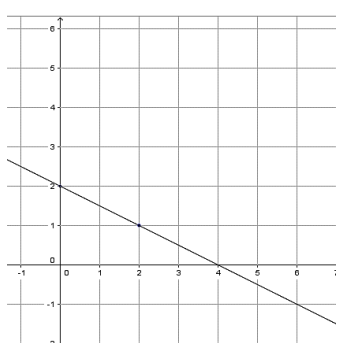
Una función está representada por la fórmula: $f(x) = -\frac{1}{2}x + 3$

¿Cuáles de estos puntos pertenecen al gráfico? ¿Cómo te das cuenta?

$$A=(2; 5) \quad B=(-2; 2) \quad C=\left(\frac{2}{3}; \frac{8}{3}\right) \quad D=\left(-\frac{3}{2}; -\frac{4}{3}\right) \quad E=(1; 2,5)$$

Actividad N ° 6

Lucila le dice a su compañero Matías que las dos rectas representadas tienen la misma pendiente, pero su compañero no está de acuerdo. ¿Quién dice lo correcto? ¿Cómo te das cuenta?



Actividad N° 7

a) Graficá las siguientes rectas:

$$\text{I) } y = x + 3 \quad \text{II) } y = -2x - 1 \quad \text{III) } y = \frac{1}{2}x \quad \text{IV) } y = -4$$

b) Clasificalas como crecientes, decrecientes o constantes

c) ¿Cuál es la relación para todos los casos entre el valor de la pendiente y la clasificación anterior? (Sugerencia: dibujá varias rectas para verificar la relación establecida)

Actividad N°8

Si $f(x) = -4x + \frac{1}{2}$, hallá en cada caso el valor de x para que se verifique que:

a) $f(x) = 0$

b) $f(x) = \frac{1}{2}$

c) $f(x) = -3$

Para profundizar el tema

Actividad N° 9

Tenemos un barril que tiene una capacidad de 20 litros, y que vacío pesa 2,5 kg.

Le vamos agregando agua destilada (1 litro equivale a 1kg). Queremos saber cómo varía el peso del barril a medida que se va llenando.

a) Escribí una fórmula que relacione la cantidad de agua agregada (a) con el peso del barril (P) $P = \text{-----}$

b) Graficá la situación.

c) ¿Entre qué valores puede variar la cantidad de agua agregada?

Actividad N° 10

Ahora llenamos el mismo barril con aceite mineral. Sabemos que 3 litros de aceite mineral pesan 2,79 kg.

a) ¿Cómo expresás ahora la fórmula correspondiente al peso del barril a medida que se va llenando con ese líquido? $P = \text{-----}$

b) ¿Cuánto aceite hay que agregar en el barril para que pese 16,45 kg? ¿Y para 30 kg?

Actividad N° 11

Encontrá el valor de "a" para que el punto $P = \left(\frac{1}{2}; 3\right)$ pertenezca a la recta que representa a la función $f(x) = ax + 6$.

Expresá como pares ordenados otros dos puntos que pertenezcan a esta recta.

Actividad N° 12

La fórmula siguiente permite calcular la cantidad de nafta que tiene un auto en su tanque cuando marcha a determinada velocidad, en función de la distancia recorrida.

$N = 55 - 0,10 \cdot D$ (N: cantidad de nafta, D: distancia recorrida)

a) ¿Qué cantidad de nafta había en el tanque cuando el auto inició su marcha?

b) La cantidad de nafta que disminuye por kilómetro recorrido, ¿es más de un litro? ¿Cómo te das cuenta?

c) Si recorrió en total 50 km, ¿cuál es la cantidad de nafta que le queda en el tanque?

d) ¿Cuántos km podrá recorrer con la cantidad de nafta que tenía en el tanque inicialmente?

Actividad N° 13

Graficá la recta que pasa por A y B en cada caso. Expresá su fórmula y explicá cómo la hallaste.

a) A = (0; 5) y B = (3; 0)

b) A = (2, 4) y B = (3; 6)

Respuestas para los problemas de Función Lineal

Actividad N°1

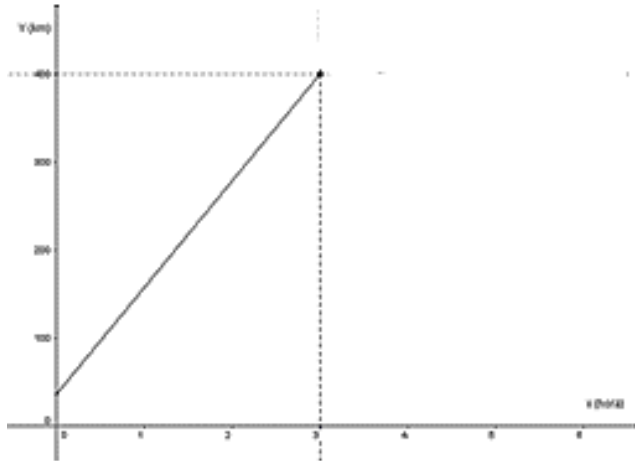
- a) 4,5 cm b) 12 días c) $-0,5 D + 6$

Actividad N° 2

- a) 2°C b) 72°C c) 49 minutos d) $T = 2+2 M$ e) 13 minutos

Actividad N° 3

- a) Se obtiene un segmento.



- b) Una opción es hallar el punto medio del segmento representado e indicar gráficamente la abscisa (valor de x) del mismo.
Aproximadamente: 1h 10 min

Actividad N° 4

- a) $C = 9 - 0,5.T$

b)



c) Intersección con el eje x: $P=(0; 18)$, es decir que la bomba debe funcionar 18 hs para vaciar la pileta

Intersección con el eje y: $Q=(0; 9)$, indica que en la pileta hay 9 m^3 de agua en el instante que la bomba comienza a funcionar.

d) $(6; 0)$

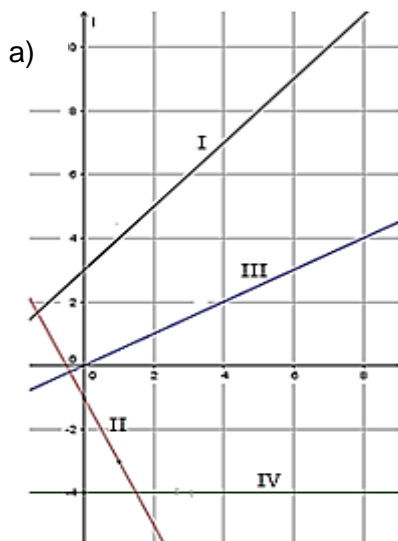
Actividad N° 5

Los puntos C y E pertenecen a la recta, porque al reemplazar sus coordenadas en la ecuación se verifica la igualdad.

Actividad N° 6

Lucila dice lo correcto porque ambas rectas tienen la misma pendiente.

Actividad N° 7



- b) Funciones crecientes: I y III,
Función decreciente: II
Función constante: IV
- c) .Si $a = 0$, la función es constante
Si $a > 0$, la función es creciente
Si $a < 0$, la función es decreciente

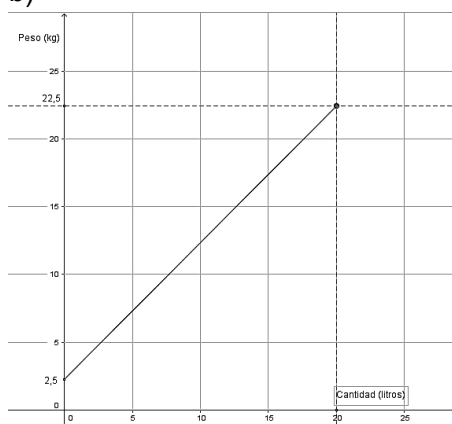
Actividad N° 8

- a) $x = 1/8$ b) $x = 0$ c) $\frac{7}{8}$

Actividad N° 9

a) $P = x + 2,5$

b)



- c) La cantidad de agua que se puede agregar varía entre 0 y 20 inclusive.

Actividad N° 10

a) $P = 0,93x + 2,5$

- b) Hay que agregar 15 litros de aceite. No es posible que el barril llegue a tener un peso de 30 kg, porque como tiene una capacidad para 20 litros el peso máximo es 21,10 kg

Actividad N° 11

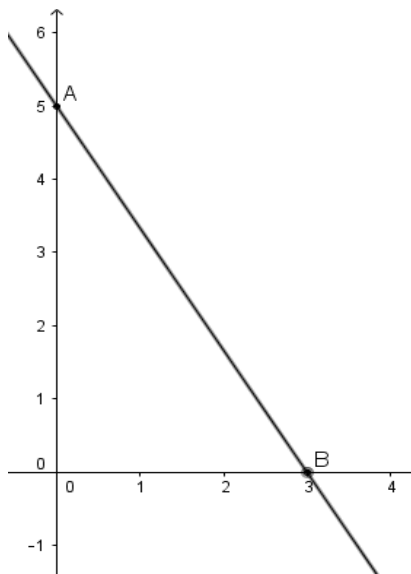
- a) $a = -6$ b) Ejemplos: $(-1; 12)$, $(1/3; 4)$

Actividad N° 12

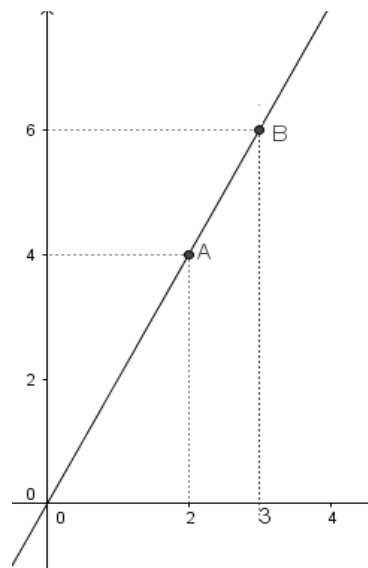
- a) 55 litros b) Es menor que 1. El dato está en la fórmula: $0,10.D$
c) 50 litros d) 550 km

Actividad N° 13

a) $y = -\frac{5}{3}x + 5$



b) $y = 2x$



Triángulos y cuadriláteros

Problemas de Áreas



Enfocando el tema

El hombre tuvo siempre la necesidad de medir: para conocer distancias, la extensión de su terreno, el peso de la mercancía para el comercio, el tiempo, etc.

En la antigüedad, el hombre utilizaba para medir distintas partes de su propio cuerpo, por ejemplo el dedo, el palmo, la mano, el pie, e inclusive la distancia del codo hasta la punta de los dedos del rey (codo real).

Si bien estas unidades eran fáciles de aplicar, también eran imperfectas ya que variaban de una persona a otra.

Cuando se quiere cubrir con pasto sintético una cancha, alfombrar una habitación, empapelar una pared, cubrir con cerámicos el piso de un baño, etc, necesitamos conocer la superficie a cubrir.

Muchas veces las figuras son irregulares, lo cual dificulta efectuar mediciones. Entonces es necesario desarrollar estrategias que permitan estimar esas medidas.

Para empezar a pensar:

Actividad N° 1

Observá las figuras y completá la tabla:

La figura está compuesta por: triángulos como éste. cuadrados como éste. rectángulos como éste triángulos como éste

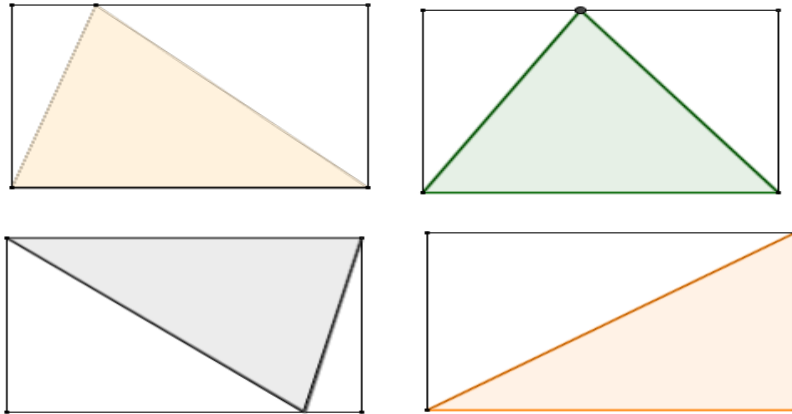
La figura siempre es la misma, pero su medida cambia según la figura “**unidad**” que consideremos.

Actividad N° 2

En cada una de las figuras:

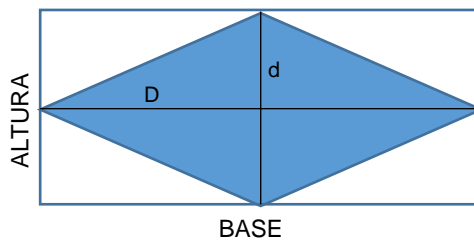
- Sin medir, indicá con una fracción qué parte del área del rectángulo representa el triángulo sombreado.
- ¿Qué porcentaje del rectángulo corresponde al triángulo?
- Escribí una fórmula que vincule el área del triángulo sombreado y el área del rectángulo.
- Dibujá en cada caso la altura correspondiente a la base del triángulo.

- e) Compará dicha altura con la del rectángulo.
- f) Compará la base del triángulo con la del rectángulo.
- g) Escribí una fórmula para calcular el área del triángulo utilizando la base y la altura.



Actividad N° 3

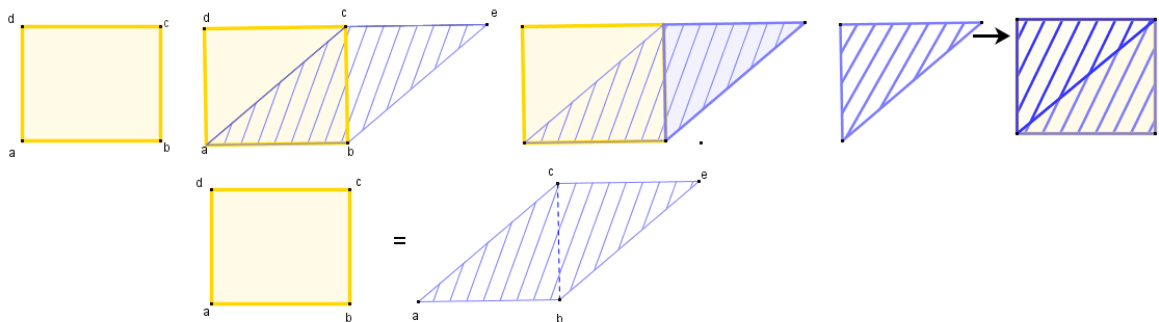
- a) Sin medir, compará en cada caso el área del rombo que aparece sombreado con el área sin sombread. Indicá con una fracción qué parte del área del rectángulo representa el rombo
- b) ¿Qué porcentaje del rectángulo corresponde al rombo?



- c) Escribí una fórmula que vincule el área del rombo sombreado y el área del rectángulo
- d) Compará cada diagonal del rombo con los lados del rectángulo.
- e) Escribí una fórmula para calcular el área del rombo, utilizando sus diagonales.
- f) ¿Y si la figura es un romboide?

Actividad N° 4

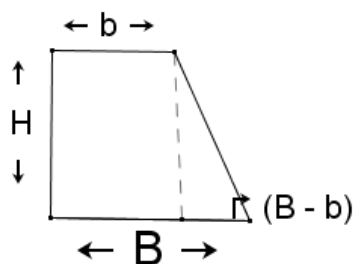
A continuación se presenta una secuencia que permite comparar las áreas de un rectángulo y un paralelogramo:



Escribí una fórmula que permita calcular el área del paralelogramo.

Actividad N° 5

Encontrá una fórmula para calcular el área del trapecio, utilizando el área del rectángulo y la del triángulo.



Actividad N° 6

Observá las figuras de las actividades anteriores y completá la siguiente tabla:

Figura	Área
Rectángulo	B. H
Triángulo	
Rombo	
Paralelogramo	
Romboide	
Trapecio	

Actividad N° 7

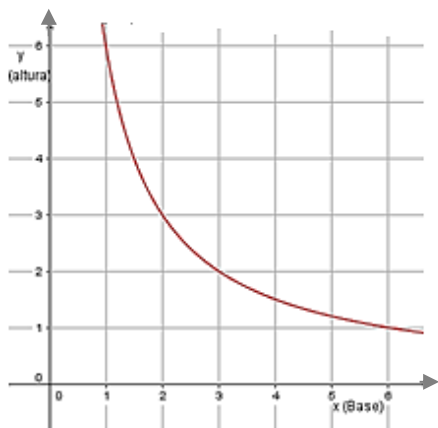
Escribí una fórmula para calcular el área del cuadrado:

- a) Conociendo el lado (L)
- b) Conociendo la diagonal (D) (*Recordá que el cuadrado es también un rombo*)

Actividad N° 8

a) Completá la siguiente tabla para que el área del rectángulo sea siempre 6 (tomando como unidad el cm^2)

Base (cm) (B)	Altura (cm) (H)	Área (cm^2)
0.5		6
1		
	2	
	3	
4		
	6	
	0.5	
B	H	B.H =



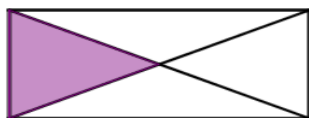
- b) Si el par ordenado (1; 6) corresponde a base 1 y altura 6, ¿cómo se completan los siguientes pares? (2; ...) (3; ...) (...; 1)
- c) Si “x” simboliza la base e “y” simboliza la altura, entonces **Área =**
- d) ¿Cómo se mantuvo el área en todos los casos?
 (Recordá que si un valor no cambia a lo largo de toda una situación, recibe el nombre de **constante**. En este caso, la constante es 6).

Cuando dos variables no nulas se relacionan de manera tal que su producto es una constante, la función que las vincula es de proporcionalidad inversa.

Para profundizar el tema

Actividad N° 9

Indicá con una fracción qué parte del rectángulo representa el área sombreada. Justificá tu respuesta.



Actividad N° 10

a) Completá la siguiente tabla **cuando sea posible**, para que el perímetro (P) del rectángulo sea siempre 12cm.

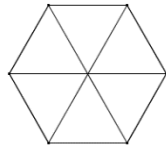
Base en cm (B)	Altura en cm (H)	Verificación $P = (B+H) \cdot 2$	Área (unidad cm^2)
1	5	12	
1.5			
4.5			
	3		
	9		
	0.5		
8			
B	H	$12 = (B+\dots) \cdot \dots$	

- b) Indicá entre qué valores puede variar la base.
- c) Indicá entre qué valores puede variar la altura
- d) Si el par ordenado (1; 5) indica base 1cm y altura 5cm, completá los siguientes pares: (2,) y (5,)
- e) De todos los rectángulos con igual perímetro, ¿cuál tiene mayor área? ¿Qué nombre recibe esa figura?

Actividad N° 11

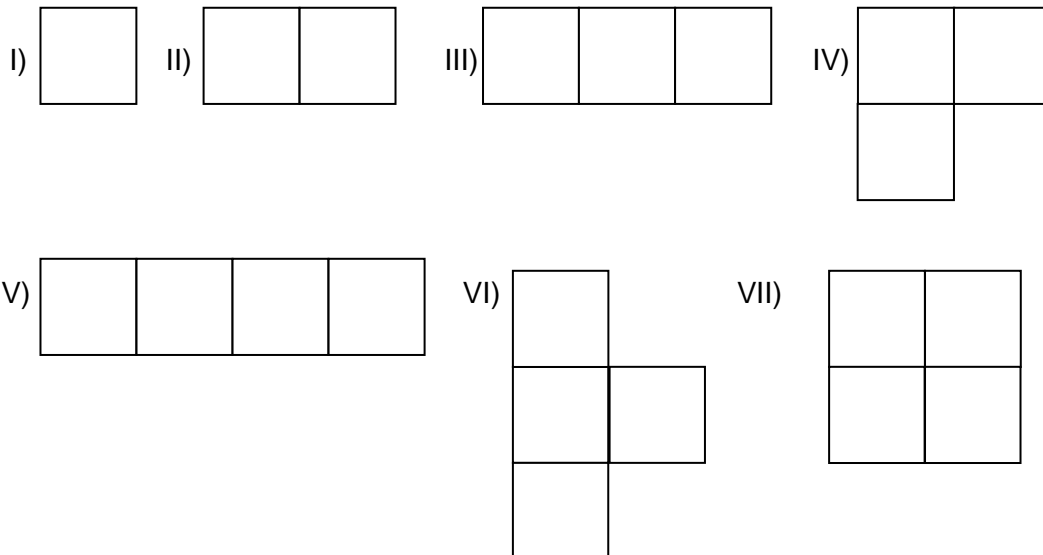
Calculá las áreas de las siguientes figuras, tomando como unidad el cm^2 y redondeando los resultados a los centésimos:

- Un rectángulo, sabiendo que la diagonal mide 5cm y la base 4cm.
- Un cuadrado, sabiendo que la diagonal mide 3cm.
- Un triángulo equilátero cuyo perímetro es 18cm.
- Un hexágono regular cuyo lado mide 6cm. (Un hexágono regular está formado por seis triángulos equiláteros, como podés ver en la figura)



Actividad N° 12

Se presenta la siguiente secuencia de cuadrados de 1cm de lado, unidos lado a lado:



- Calculá para cada figura el perímetro (expresado en cm) y el área (expresada en cm^2)
- Dibujá algunas figuras que se formen con 5 cuadrados conectados lado a lado. Calculá el área y el perímetro de cada una.
- Si se conserva la cantidad de cuadrados, ¿se conserva siempre el perímetro? ¿Y el área? ¿Por qué?

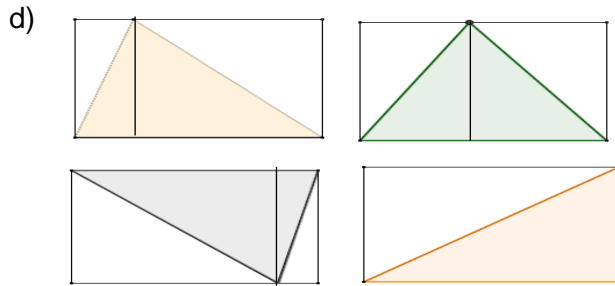
Respuestas para los problemas de Áreas

Actividad N°1

7 triángulos; 3,5 cuadrados; $\frac{7}{4}$ o 1,75 rectángulos; 3,5 triángulos.

Actividad N° 2

- $\frac{1}{2}$;
- 50%;
- Área del triángulo = $\frac{1}{2}$ Área del rectángulo



e) Altura triángulo = Altura rectángulo

f) Base del triángulo = Base del rectángulo

g) Área triángulo = $\frac{1}{2} B \cdot H$

Actividad N° 3

a) $\frac{4}{8}$ ó $\frac{1}{2}$ b) 50% c) Área rombo = $\frac{1}{2}$ Área del rectángulo d) base=D, altura=d

e) Área rombo = $\frac{1}{2} D \cdot d$ f) La misma fórmula.

Actividad N° 4

Área del paralelogramo = b . h.

Actividad N° 5

Área trapecio = Área rectángulo + Área triángulo. = $b \cdot H + \frac{1}{2}(B-b) \cdot H$

Observación: Se puede seguir trabajando algebraicamente para obtener la fórmula tradicional.

Actividad N° 6

Figura	Área
Rectángulo	B . H
Triángulo	$\frac{1}{2} B \cdot H$
Rombo	$\frac{1}{2} D \cdot d$
Paralelogramo	B . H
Romboide	$\frac{1}{2} D \cdot d$
Trapecio	$\frac{1}{2} (B+b) \cdot H$

Actividad N° 7

a) Área del cuadrado = L^2 b) Área del cuadrado = $\frac{1}{2} D^2$

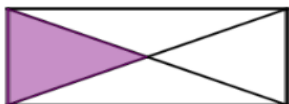
Actividad N° 8

a)

Base (cm) (B)	Altura (cm) (H)	Área = B . H
0.5	12	6
1	6	6
3	2	6
2	3	6
4	1,5	6
1	6	6
12	0.5	6
B	H	B.H = 6

b). (2; 3); (3; 2); (6; 1) c) Área =x.y d) No cambia

Actividad N° 9



$$\text{Área Sombreada} = \frac{1}{4} \text{ Área rectángulo}$$

Actividad N° 10

- a) A= 12cm²
- b) A = 4,5 cm²
- c) A≅ 15,57cm²
- d) 93,42 cm²

Actividad N° 11

a)

Base (cm) B	Altura (cm) H	P= (B+H) . 2	Área (cm ²)
1	5	12	5
1.5	4,5	12	6,75
4.5	1,5	12	6,75
3	3	12	9
No es posible	9	-----	-----
5,5	0.5	12	2,75
8	No es posible	-----	-----
B	H	12 = (B+H) . 2	B.H

- b) 0<B<6
- c) 0<H<6
- d) (2, 4); (5,1);
- e) B = 3; H= 3; cuadrado.

Actividad N° 12

a) I) $P=4$; $A=1$
V) $P=10$; $A=4$

II) $P=6$; $A=2$
VI) $P=10$; $A=4$

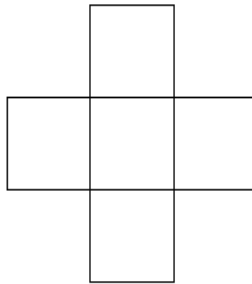
III) $P=8$; $A=3$
VII) $P=8$; $A=4$

IV) $P=8$; $A=3$

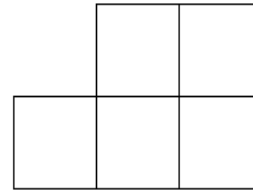
b)



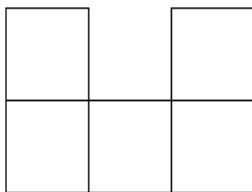
Perímetro = 12
Área = 5



Perímetro = 12
Área = 5



Perímetro = 10
Área = 5



Perímetro = 12
Área = 5

c) El área se conserva, el perímetro depende de la posición de los cuadrados.





Vamos Buenos Aires