

Recomendaciones para la implementación del trayecto de articulación Empezando primer año en Matemática

El trayecto de articulación Empezando primer año tiene como propósito colaborar con la articulación entre la primaria y la secundaria, y, a su vez, promover la introducción de los alumnos y las alumnas a la vida de estudiantes de secundario.

Este material se inscribe en una serie de acciones que se vienen desarrollando desde el Ministerio, vinculadas con la terminalidad de la escuela primaria, el acompañamiento a los séptimos grados y el inicio de una nueva etapa.

Para acompañar la enseñanza y el desarrollo de este trayecto, el Ministerio pone a disposición de docentes y estudiantes cuatro documentos que focalizan en diferentes áreas de estudio. Allí se ofrecen actividades y recursos para favorecer la transición de un nivel al otro. Los materiales abordan temas seleccionados de los contenidos priorizados para séptimo grado y para primer año de la secundaria, correspondientes al período lectivo 2020 y 2021. De esta manera se colabora, además, con la unidad pedagógica y la continuidad de las trayectorias estudiantiles en el pasaje entre ambos niveles.

El presente material brinda orientaciones y recomendaciones para docentes con el propósito de colaborar con la enseñanza y con la implementación de las propuestas que se ofrecen para los/as estudiantes.

Las propuestas están pensadas para el tiempo que dura el trayecto. No obstante, es posible retomar y recuperarlas durante los primeros días de clase de primer año.

Cada estudiante recibirá el material impreso que se inicia con una cálida bienvenida a este nuevo desafío.

Orientaciones

Introducción

En el cuadernillo de Matemática se ponen en juego algunos aspectos destacados del trabajo matemático en la escuela primaria, que se espera sirvan a los/as estudiantes como referencia conocida y se continúen profundizando durante toda la escuela secundaria.

El material incluye cinco secciones: en la primera se trabajan problemas de multiplicación y división con números naturales; en la segunda se focaliza en problemas sobre multiplicaciones por 10, por 100 y por 1000; en la tercera se proponen otros problemas para profundizar el estudio de la división y sus propiedades; en la cuarta, problemas para resolver con varios cálculos involucrando la jerarquización de las operaciones; y en la quinta, juegos matemáticos.

Si bien muchas de las actividades tienen como respuesta un resultado numérico, en la mayoría de los casos se apunta a generar con las/os estudiantes algunos intercambios para discutir y analizar diversos procedimientos de resolución y sus respectivas explicaciones y justificaciones. El trabajo con problemas que tienen más de una solución es otro de los aspectos relevantes y constituye una oportunidad para generar intercambios que permitan analizar, discutir y validar genuinamente las soluciones propuestas por los/as estudiantes.

Por último, se destaca la idea de que, en matemática, para que un problema sea tal, no necesariamente debe referir a un contexto cotidiano, de la vida real o de otras ciencias, sino que es posible plantear situaciones en contextos intramatemáticos. De acuerdo con esto, se ofrecen actividades en las que se busca discutir sobre las relaciones entre los números y las propiedades, aún sin simbolizar formalmente, pero tratando de traccionar hacia la discusión de reglas generales.

Criterios de selección de contenidos

Para el desarrollo de este material, se tuvieron en cuenta los contenidos priorizados del año 2020 para los últimos años de la escuela primaria en el contexto de ASPO. Estos contenidos serán punto de apoyo para abordar los contenidos priorizados para el primer año de la escuela secundaria en 2021, de modo de tender un puente entre ambos niveles.

Se abordan algunos temas en torno al trabajo con números naturales, en particular, a las operaciones y sus propiedades, desde la perspectiva didáctica que propone el despliegue del cálculo mental. Cabe aclarar que la expresión “cálculo mental” no se refiere a calcular mentalmente sin escribir, sino a un tipo de cálculo pensado o reflexionado. Desde la perspectiva propuesta en el Diseño Curricular vigente para el Segundo Ciclo de la escuela primaria, los procedimientos de cálculo mental se definen en contraposición con aquellos que responden a cálculos algoritmizados. La intención es desplegar una práctica que aliente a los/as estudiantes en la producción y en la discusión de diferentes estrategias de cálculo

propias, basadas en las propiedades de las operaciones y en las características del sistema de numeración decimal.

Es importante tener en cuenta que el quehacer matemático que los/as estudiantes desarrollan durante su trayectoria en la escuela primaria es principalmente aritmético, mientras que el que se les propone en la escuela secundaria será esencialmente algebraico. Es fundamental que esta ruptura se considere una característica determinante en la articulación entre ambos niveles. A su vez, el pasaje de lo aritmético hacia lo algebraico supone un proceso que involucrará desafíos de enseñanza y de aprendizaje transversales a la mayor parte de los contenidos que se abordarán durante todo el primer año.

En este sentido, algunas propiedades de las escrituras numéricas y de las operaciones entre números naturales podrían resultar relativamente fáciles de usar aritméticamente, pero justificarlas como reglas generales puede no ser tan evidente. Por ello, es posible que sean un punto de apoyo para la posterior generalización mediante el uso de letras en las expresiones simbólicas, en un trabajo que se oriente hacia la formulación, discusión y validación de estas reglas generales.

Como se mencionó anteriormente, el material está dividido en cinco secciones:

- **Problemas de multiplicaciones y divisiones con números naturales**

Para trabajar con la multiplicación y la división de números naturales, se parte de la tabla pitagórica, un recurso de uso muy habitual en las aulas de primaria. Se toma esta tabla como punto de partida y de apoyo para revisar el cálculo y, al mismo tiempo, se proponen actividades que avanzan hacia la generalización de las relaciones multiplicativas, para el trabajo con las propiedades de los números naturales y de las operaciones. Si bien en el material no se utilizan letras para la simbolización de estas generalizaciones, ya que en la escuela primaria no suelen implementarse, sí se propone la discusión de relaciones generales que van a concluir con el trabajo sobre las propiedades de las operaciones.

- **Problemas de multiplicaciones y divisiones por 10, 100, 1000**

Se incluyen problemas de multiplicación y división por la unidad seguida de ceros. Es sabido que las reglas de cálculo involucradas en estas situaciones son una herramienta con la que cuenta la mayoría de los/as estudiantes, y los problemas aritméticos propuestos en este material no suponen un alto grado de dificultad. Sin embargo, cabe destacar que la intención es promover la discusión y la explicitación de las razones que subyacen a estas estrategias de cálculo, como también la formulación y la validación de nuevas reglas generales, lo cual será uno de los objetivos del trabajo matemático en la escuela secundaria.

- **Problemas para profundizar el estudio de la división**

Se apunta a desplegar las relaciones involucradas en la división entera, con la cuenta de dividir. El propósito es trabajar con las relaciones entre divisor, dividendo, cociente y resto. Es decir, el objetivo no es repasar la resolución de la cuenta de dividir en sí, sino usarla como punto de apoyo para el análisis de las relaciones entre los números que aparecen en cada cuenta.

- **Problemas para resolver con varios cálculos**

A través de problemas que requieren de varios pasos para ser resueltos, se busca habilitar un trabajo con los cálculos que permita comenzar a problematizar el abordaje de la jerarquización de las operaciones.

- **Juegos matemáticos**

Finalmente, se incluyen algunos juegos matemáticos para seguir ejercitando el cálculo mental.

Orientaciones para las intervenciones docentes¹

A continuación se presentan algunas ideas que pueden servir de orientación para la implementación de este cuadernillo en un contexto presencial o semipresencial.

En la primera sección, “Problemas de multiplicaciones y divisiones con números naturales”, los **problemas 1, 2 y 3** trabajan sobre la tabla pitagórica. Un posible abordaje consiste en la resolución individual de estos problemas. Luego, el/la docente puede seleccionar algunas de las producciones enviadas por los/as estudiantes para ponerlas en discusión en un encuentro presencial o virtual mediante alguna plataforma de libre acceso.

A modo de ejemplo, se muestran tres producciones de estudiantes sobre algunas consignas del **problema 2**:

- Argumentación mediante una regla general conocida.

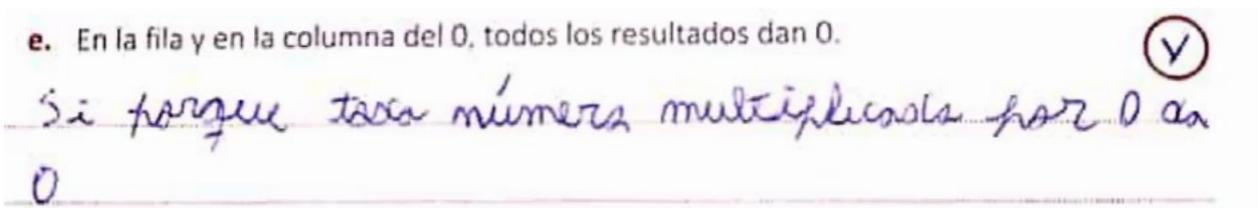


Figura 1: “Si porque todo número multiplicado por 0 da 0” (sic).

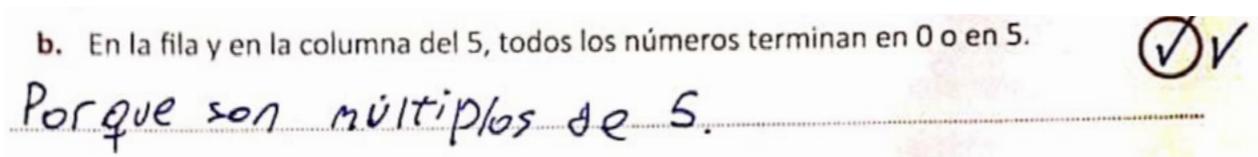


Figura 2: “Porque son múltiplos de 5”.

- Argumentación con contraejemplos.

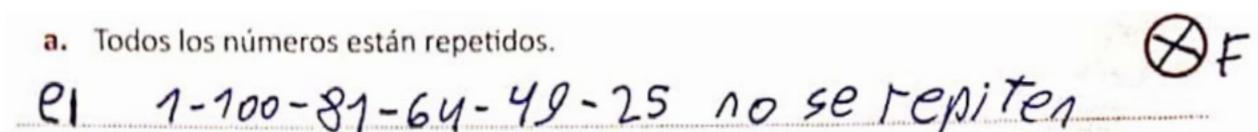


Figura 3: “El 1-100-81-64-49-25 no se repiten”.

¹ En este apartado se muestran algunas producciones de estudiantes en el período de ingreso a la escuela secundaria del 2020. Se agradece a la profesora Arminda Quiroga por el aporte de este material.

En la *Figura 1*, se observa el uso de una regla general que el/la estudiante explicita. En cambio, en la *Figura 2*, la regla utilizada pareciera ser el criterio de divisibilidad por 5 pero no aparece de manera explícita. Este puede ser un asunto para retomar con los/as estudiantes en un intercambio presencial o virtual con preguntas, por ejemplo, “¿Es cierto que todos los múltiplos de 5 terminan en 0 o en 5?, ¿por qué?”.

En la *Figura 3* se observa que el/la estudiante usa contraejemplos para probar la falsedad del enunciado. En un posible encuentro presencial o virtual, puede ser interesante retomar este tipo de producciones para comenzar a explicitar algunas reglas de la argumentación en matemática. Por ejemplo: “Con un contraejemplo es suficiente para afirmar que un enunciado es falso”.

En una instancia presencial o virtual, el/la docente puede seleccionar algunas producciones diferentes para analizarlas, ponerlas en relación, y, luego, pedirles a los/as estudiantes que completen sus argumentos teniendo en cuenta lo que se discutió en el encuentro. A modo de ejemplo, se muestran, a continuación, tres producciones relacionadas con la consigna del **problema 5**:

Resuelvan en forma individual y después comparen sus resoluciones con un/a compañero/a.

Sin hacer las cuentas, identifiquen si cada una de las siguientes igualdades es verdadera o falsa y expliquen por qué. Pueden utilizar las propiedades de la multiplicación trabajadas en los problemas anteriores.

Figura 4: “ $3 \times 3 = 9$ ”.

Figura 5: “ $3 \times 3 = 9$. 3×3 reemplaza al 9”.

Figura 6: “Porque esta usando la propiedad asociativa” (sic).

En la *Figura 4* se observa que el/la estudiante se apoya en la cuenta $3 \times 3 = 9$ para probar que la igualdad es verdadera. En cambio, en la *Figura 5*, a partir de esa misma cuenta, se avanza en la argumentación expresando que “ 3×3 reemplaza al 9”. En la *Figura 6*, si bien no se muestra ninguna cuenta, el/la estudiante evidencia conocer el uso de la propiedad asociativa de la multiplicación. La discusión colectiva (presencial o virtual) puede ser una oportunidad para que el grupo de estudiantes analice argumentaciones de sus compañeros/as y las reutilice para complementar las propias.

A modo de cierre de este grupo de problemas, es posible retomar las propiedades de la multiplicación y las conclusiones producidas por el colectivo de la clase para registrarlas, agregar ejemplos, errores comunes, etcétera. Este registro podrá realizarse en las carpetas de los/as estudiantes o utilizando algún recurso tecnológico de uso colaborativo (por ejemplo, [Google Drive](#), [Padlet](#)).

Del mismo modo, en la segunda sección, es factible proponer la resolución individual de algunos de los problemas para ser retomados, luego, en una instancia de encuentro presencial o virtual. A continuación, se muestran dos producciones del **problema 8** que podrían ser analizadas colectivamente:

Problema 8

Posiblemente, en la tabla de multiplicaciones que completaron en el Problema 1 hayan encontrado algo que ya sabían: al multiplicar un número por 10, el producto termina en cero.

- a. ¿Eso sucede siempre? ¿Podemos saber con certeza que, si uno continúa con la tabla del 10 hasta un número cualquiera, el producto terminará en 0? ¿Por qué sucede eso?

Si
No, no, porque si es un número con coma como como como
por ejemplo $16,9 \times 10$ va a dar 169.

Figura 7: “No, no, porque si es un número con coma como por ejemplo $16,9 \times 10$ va a dar 169” (sic).

Problema 8

Posiblemente, en la tabla de multiplicaciones que completaron en el Problema 1 hayan encontrado algo que ya sabían: al multiplicar un número por 10, el producto termina en cero.

- a. ¿Eso sucede siempre? ¿Podemos saber con certeza que, si uno continúa con la tabla del 10 hasta un número cualquiera, el producto terminará en 0? ¿Por qué sucede eso?

si porque al multiplicar porque al multiplicar
cualquier número por 10, 100, 1000 se le agregan los 0

Figura 8: “Si porque al multiplicar cualquier número por 10, 100, 1000 se le agregan los 0” (sic).

En particular, las respuestas dadas por los/as estudiantes en las figuras 7 y 8 son distintas. Algunas de las siguientes preguntas pueden orientar la discusión en un posible encuentro presencial o virtual:

¿Por qué en la *Figura 7* dice que no sucede siempre y en la *Figura 8* dice que sí?
¿Qué puede estar pensando cada persona? ¿Quién tiene razón? ¿Por qué?

El/la estudiante que realizó la producción de la *Figura 7* utiliza sus conocimientos sobre los números decimales para argumentar su respuesta. Como el enunciado del problema no explicita que las tablas de multiplicación involucran solo el uso de números naturales, será interesante retomar esta producción para evidenciar esta particularidad en el colectivo de la clase.

Algunos problemas, como el **11.b**, tienen la intención de que los/as estudiantes elaboren reglas para resolver multiplicaciones y divisiones con números con ciertas características. No se espera que estas reglas estén cerradas y definidas, sino que, en el trabajo colectivo, se podrán retomar, analizar, poner a prueba y, a partir de ellas, elaborar otras reglas consensuadas y compartidas por el colectivo de la clase. Del mismo modo que en la sección anterior, será importante que todas estas cuestiones queden registradas en las carpetas de los/as estudiantes o mediante algún recurso tecnológico de uso colaborativo.

En la tercera sección, donde se ofrecen problemas para profundizar el estudio de la división, será importante discutir, en los momentos de trabajo colectivo, acerca de la cantidad de soluciones en cada caso y las condiciones que deben cumplir los números involucrados en la división entera. El propósito es avanzar hacia la explicitación del algoritmo de la división.

Algunos problemas, como el **18**, ponen en discusión la cantidad de soluciones y el rol que juega cada uno de los números que intervienen en una división entera. Producciones como las que se muestran a continuación pueden ser retomadas para discutir estas ideas con el grupo de estudiantes:

Problema 18

Resuelvan de a dos las siguientes consignas.

- a. Escriban una cuenta de dividir que tenga cociente 21 y resto 8.

$$\begin{array}{r} 218 \overline{) 4598} \\ \underline{420} \\ 398 \\ \underline{378} \\ 208 \\ \underline{210} \\ 2 \end{array}$$

- b. ¿Se pueden escribir otras cuentas con estas condiciones? ¿Cuáles?

Si, infinitas ~~ha~~ siempre que sean m

- c. ¿Cuántas cuentas se pueden escribir? ¿Por qué?

Muchas

Figura 9: b. "Si, infinitas siempre que sean m". c. "muchas". (sic).

Problema 18

Resuelvan de a dos las siguientes consignas.

- a. Escriban una cuenta de dividir que tenga cociente 21 y resto 8.

$$639 \div 30 = 21 \text{ (resto 9)}$$

- b. ¿Se pueden escribir otras cuentas con estas condiciones? ¿Cuáles?

Si, muchas xd

- c. ¿Cuántas cuentas se pueden escribir? ¿Por qué?

Muchas, no hay límites para los dividendos y divisor.

Figura 10: b. "Si, muchas xd". c. "Muchas, no hay límites para los dividendos y divisor" (sic).

En un encuentro presencial o virtual, se podrán retomar producciones de este tipo (*Figura 9* y *Figura 10*) para pedirles a los/as estudiantes que incorporen otros ejemplos en la consigna **b**. De esta forma, se podrá discutir acerca de las condiciones que deben tener el dividendo y el divisor para que se cumpla la condición pedida. Además, será interesante explicitar algunos procedimientos para encontrar estos pares de números.

Estos encuentros presentan también una oportunidad para explicitar ciertas reglas de escritura matemática. Por ejemplo, en la producción de la consigna **a**., la resolución del estudiante es correcta pero su escritura no es la convencional. Del mismo modo que en las secciones anteriores, será importante que todas estas cuestiones queden registradas en las carpetas de los/as estudiantes o utilizando algún recurso tecnológico de uso colaborativo.

A modo de ejemplo, se ofrece a continuación el enlace a un muro colaborativo en Padlet, donde se muestra un posible registro de algunas producciones y preguntas, para que los/as estudiantes puedan compartir sus ideas y conclusiones.

https://padlet.com/equipo_goc_matematica/matematica1ero

La sección sobre problemas para resolver con varios cálculos retoma un trabajo que se inicia en la escuela primaria para comenzar a abordar algunas convenciones relacionadas con la jerarquía de las operaciones y el uso de paréntesis en los cálculos combinados. Es importante tener en cuenta que este trabajo deberá ser retomado y profundizado en distintas oportunidades a lo largo de los primeros años de la escuela secundaria.

Para profundizar

Para profundizar sobre el marco curricular se sugiere ver los contenidos de Matemática de:

- [Diseño Curricular para la Escuela Primaria. Segundo ciclo. Tomo 2](#), Ministerio de Educación, GCABA.
- [Diseño Curricular. Formación General del Ciclo Básico del bachillerato](#), Ministerio de Educación, GCABA.

Para abordar la continuidad con el eje “Números y álgebra” se sugiere leer las progresiones propuestas en:

- [Progresiones de los aprendizajes. Educación secundaria. Ciclo básico. Matemática](#), Ministerio de Educación, GCABA.

Algunas de las actividades incluidas en el cuadernillo fueron tomadas de los siguientes materiales:

- Gobierno de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires. Ministerio de Educación. (2008). *Matemática. Cálculo mental con números naturales*. Tercer ciclo de la escuela primaria. Páginas para el alumno y Páginas para el docente. De Marinis, S. (coord.). 1.ª ed. CABA: Ministerio de Educación.
- Seoane, S. y Seoane, B. (2012). [Matemática. Material para docentes. Sexto grado. Educación primaria](#). 1.ª ed. CABA: Instituto Internacional de Planeamiento de la Educación IIPE-Unesco.