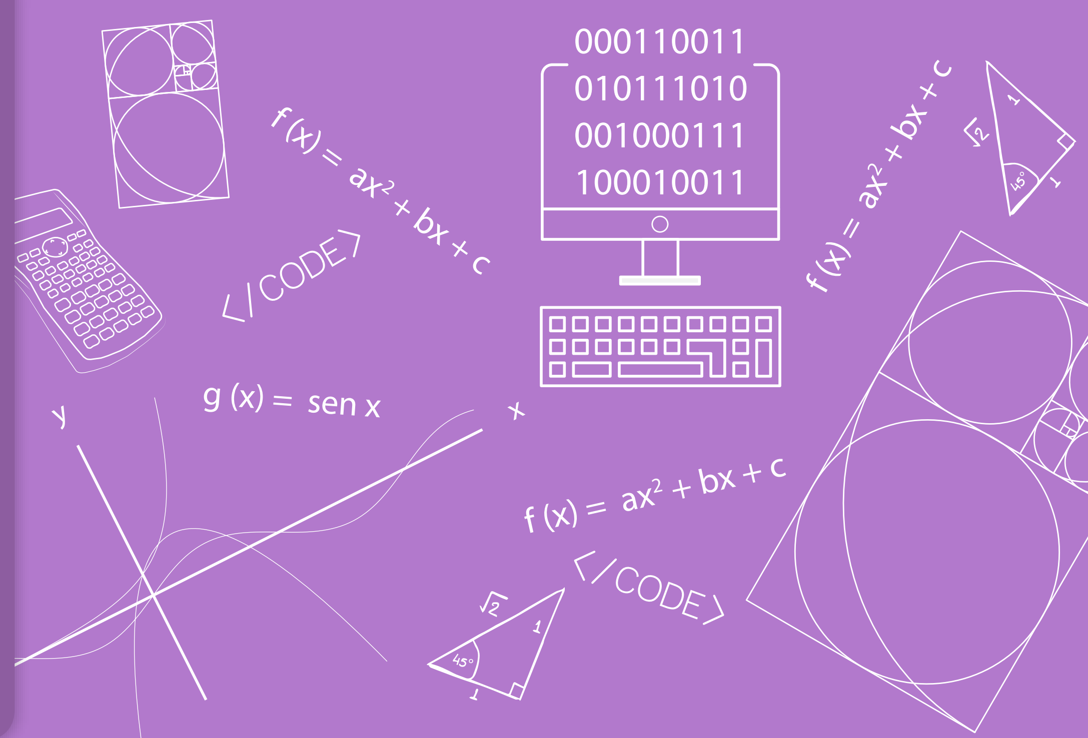
Matemática y Programación



Primer año

La calculadora de triángulos rectángulos

Serie PROFUNDIZACIÓN · NES

Buenos Aires Ciudad

Vamos Buenos Aires

Subsecretaría de Planeamiento e Innovación Educativa (SSPLINED)

Dirección General de Planeamiento Educativo (DGPLEDU)
Gerencia Operativa de Currículum (GOC)
Javier Simón

Equipo de generalistas de Nivel Secundario: Isabel Malamud (coordinación), Cecilia Bernardi, Bettina Bregman, Ana Campelo, Marta Libedinsky, Carolina Lifschitz, Julieta Santos

Especialistas: Liliana Kurzrok, Ruth Schaposchnik

Dirección General de Tecnología Educativa (DGTEDU)
Gerencia Operativa Tecnología e Innovación Educativa (INTEC)
Mercedes Werner

Especialistas de Educación Digital: Julia Campos (coordinación), Cecilia Hvalsoe, Eugenia Kirsanov

---

Coordinación de materiales y contenidos digitales (DGPLEDU): Mariana Rodríguez
Colaboración y gestión: Manuela Luzzani Ovide
Coordinación de series Profundización NES y
Propuestas Didácticas Primaria: Silvia Saucedo

Equipo editorial externo
Coordinación editorial: Alexis B. Tellechea
Diseño gráfico: Estudio Cerúleo
Edición: Fabiana Blanco, Natalia Ribas
Corrección de estilo: Lupe Deveza

Idea Original de Proyecto de Edición y Diseño (GOC)
Edición: Gabriela Berajá, María Laura Cianciolo, Andrea Finocchiaro, Bárbara Gomila, Marta Lacour, Sebastián Vargas
Diseño gráfico: Octavio Bally, Silvana Carretero, Ignacio Cismondi, Alejandra Mosconi, Patricia Peralta
Actualización web: Leticia Lobato

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires
Matemática y programación : la calculadora de triángulos rectángulos. - 1a edición para el profesor - Ciudad Autónoma de Buenos Aires : Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Ministerio de Educación e Innovación, 2018.
Libro digital, PDF - (Profundización NES)

Archivo Digital: descarga y online
ISBN 978-987-673-340-3

1. Matemática. 2. Educación Secundaria.
CDD 510.712

ISBN: 978-987-673-340-3

Las denominaciones empleadas en este material y la forma en que aparecen presentados los datos que contiene no implica, de parte del Ministerio de Educación e Innovación del Gobierno de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires, juicio alguno sobre la condición jurídica o nivel de desarrollo de los países, territorios, ciudades o zonas, o de sus autoridades, ni respecto de la delimitación de sus fronteras o límites.

En este material se evitó el uso explícito del género femenino y masculino en simultáneo y se ha optado por emplear el género masculino, a efectos de facilitar la lectura y evitar las duplicaciones. No obstante, se entiende que todas las menciones en el género masculino representan siempre a varones y mujeres, salvo cuando se especifique lo contrario.

Fecha de consulta de imágenes, videos, textos y otros recursos digitales disponibles en internet: 15 de agosto de 2018.

Subsecretaría de Planeamiento e Innovación Educativa / Dirección General de Planeamiento Educativo / Gerencia Operativa de Currículum.
Holmberg 2548/96, 2° piso - C1430DOV - Ciudad Autónoma de Buenos Aires.

Presentación

La serie de materiales Profundización de la NES presenta distintas propuestas de enseñanza en las que se ponen en juego tanto los contenidos –conceptos, habilidades, capacidades, prácticas, valores y actitudes– definidos en el *Diseño Curricular de la Nueva Escuela Secundaria* de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires, Resolución N.° 321/MEGC/2015, como nuevas formas de organizar los espacios, los tiempos y las modalidades de enseñanza.

El tipo de propuestas que se presentan en esta serie se corresponde con las características y las modalidades de trabajo pedagógico señaladas en la Resolución CFE N.° 93/09 para fortalecer la organización y la propuesta educativa de las escuelas de nivel secundario de todo el país. Esta norma –actualmente vigente y retomada a nivel federal por la propuesta "Secundaria 2030", Resolución CFE N.° 330/17– plantea la necesidad de instalar "distintos modos de apropiación de los saberes que den lugar a: nuevas formas de enseñanza, de organización del trabajo de los profesores y del uso de los recursos y los ambientes de aprendizaje". Se promueven también nuevas formas de agrupamiento de los estudiantes, diversas modalidades de organización institucional y un uso flexible de los espacios y los tiempos que se traduzcan en propuestas de talleres, proyectos, articulación entre materias, debates y organización de actividades en las que participen estudiantes de diferentes años. En el ámbito de la Ciudad, el *Diseño Curricular de la Nueva Escuela Secundaria* incorpora temáticas nuevas y emergentes y abre la puerta para que en la escuela se traten problemáticas actuales de significatividad social y personal para los estudiantes.

Existe acuerdo sobre la magnitud de los cambios que demanda la escuela secundaria para lograr convocar e incluir a todos los estudiantes y promover efectivamente los aprendizajes necesarios para el ejercicio de una ciudadanía responsable y la participación activa en ámbitos laborales y de formación. Es importante resaltar que, en la coyuntura actual, tanto los marcos normativos como el *Diseño Curricular* jurisdiccional en vigencia habilitan e invitan a motorizar innovaciones imprescindibles.

Si bien ya se ha recorrido un importante camino en este sentido, es necesario profundizar, extender e instalar propuestas que efectivamente hagan de la escuela un lugar convocante para los estudiantes y que, además, ofrezcan reales oportunidades de aprendizaje. Por lo tanto, sigue siendo un desafío:

- El trabajo entre docentes de una o diferentes áreas que promueva la integración de contenidos.
- Planificar y ofrecer experiencias de aprendizaje en formatos diversos.
- Elaborar propuestas que incorporen oportunidades para el aprendizaje y el ejercicio de capacidades.

Los materiales elaborados están destinados a los docentes y presentan sugerencias, criterios y aportes para la planificación y el despliegue de las tareas de enseñanza, desde estos lineamientos. Se incluyen también propuestas de actividades y experiencias de aprendizaje para los estudiantes y orientaciones para su evaluación. Las secuencias han sido diseñadas para admitir un uso flexible y versátil de acuerdo con las diferentes realidades y situaciones institucionales.

La serie reúne dos líneas de materiales: una se basa en una lógica disciplinar y otra presenta distintos niveles de articulación entre disciplinas (ya sean areales o interareales). Se introducen también materiales que aportan a la tarea docente desde un marco didáctico con distintos enfoques de planificación y de evaluación para acompañar las diferentes propuestas.

El lugar otorgado al abordaje de problemas interdisciplinarios y complejos procura contribuir al desarrollo del pensamiento crítico y de la argumentación desde perspectivas provenientes de distintas disciplinas. Se trata de propuestas alineadas con la formación de actores sociales conscientes de que las conductas individuales y colectivas tienen efectos en un mundo interdependiente.

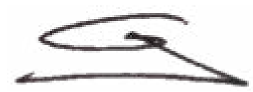
El énfasis puesto en el aprendizaje de capacidades responde a la necesidad de brindar a los estudiantes experiencias y herramientas que permitan comprender, dar sentido y hacer uso de la gran cantidad de información que, a diferencia de otras épocas, está disponible y fácilmente accesible para todos. Las capacidades son un tipo de contenidos que debe ser objeto de enseñanza sistemática. Para ello, la escuela tiene que ofrecer múltiples y variadas oportunidades para que los estudiantes las desarrollen y consoliden.

Las propuestas para los estudiantes combinan instancias de investigación y de producción, de resolución individual y grupal, que exigen resoluciones divergentes o convergentes, centradas en el uso de distintos recursos. También, convocan a la participación activa de los estudiantes en la apropiación y el uso del conocimiento, integrando la cultura digital. Las secuencias involucran diversos niveles de acompañamiento y autonomía e instancias de reflexión sobre el propio aprendizaje, a fin de habilitar y favorecer distintas modalidades de acceso a los saberes y los conocimientos y una mayor inclusión de los estudiantes.

En este marco, los materiales pueden asumir distintas funciones dentro de una propuesta de enseñanza: explicar, narrar, ilustrar, desarrollar, interrogar, ampliar y sistematizar los contenidos. Pueden ofrecer una primera aproximación a una temática formulando dudas e interrogantes, plantear un esquema conceptual a partir del cual profundizar, proponer actividades de exploración e indagación, facilitar oportunidades de revisión, contribuir a la integración y a la comprensión, habilitar oportunidades de aplicación en contextos novedosos e invitar a imaginar nuevos escenarios y desafíos. Esto supone que en algunos casos se podrá adoptar la secuencia completa o seleccionar las partes que se consideren más convenientes; también se podrá plantear un trabajo de mayor articulación entre docentes o un trabajo que exija acuerdos entre los mismos. Serán los equipos docentes quienes elaborarán propuestas didácticas en las que el uso de estos materiales cobre sentido.

Iniciamos el recorrido confiando en que constituirá un aporte para el trabajo cotidiano. Como toda serie en construcción, seguirá incorporando y poniendo a disposición de las escuelas de la Ciudad nuevas propuestas, dando lugar a nuevas experiencias y aprendizajes.

Diego Javier Meiriño
Subsecretario de Planeamiento e Innovación Educativa



Gabriela Laura Gürtner
Jefa de Gabinete de la Subsecretaría de Planeamiento e Innovación Educativa

¿Cómo se navegan los textos de esta serie?

Los materiales de Profundización de la NES cuentan con elementos interactivos que permiten la lectura hipertextual y optimizan la navegación.

Para visualizar correctamente la interactividad se sugiere bajar el programa [Adobe Acrobat Reader]() que constituye el estándar gratuito para ver e imprimir documentos PDF.

Pie de página

Volver a vista anterior — Al cliquear regresa a la última página vista.

Ícono que permite imprimir.

« 7 » — Folio, con flechas interactivas que llevan a la página anterior y a la página posterior.

Portada

» — Flecha interactiva que lleva a la página posterior.

Índice interactivo

Introducción

Plaquetas que indican los apartados principales de la propuesta.

Itinerario de actividades

Actividad 1
Encontrar similitudes
Se propone realizar figuras de análisis en varias situaciones en contextos externos a la matemática.
1

Organizador interactivo que presenta la secuencia completa de actividades.

Actividades

Encontrar similitudes — Actividad 1

En esta primera actividad se plantean situaciones que involucran preguntas, pero por ahora solamente quedarán formuladas. Una vez resueltas las distintas actividades de este material, podrán responder las preguntas y resolver otros problemas que involucren relaciones

Actividad anterior — Actividad siguiente

Actividad anterior — Botón que lleva a la actividad anterior.

Actividad siguiente — Botón que lleva a la actividad siguiente.

Sistema que señala la posición de la actividad en la secuencia.

Íconos y enlaces

1 Símbolo que indica una cita o nota aclaratoria. Al cliquear se abre un *pop-up* con el texto:

> Ovidescim repti ipita voluptis audi iducit ut qui adis moluptur? Quia poria dusam serspero voloris quas quid moluptur?Luptat. Upti cumAgnimustrum est ut

Los números indican las referencias de notas al final del documento.

El color azul y el subrayado indican un [vínculo]() a la web o a un documento externo.

"Título del texto, de la actividad o del anexo" — Indica enlace a un texto, una actividad o un anexo.

Indica apartados con orientaciones para la evaluación.

G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación e Innovación | Subsecretaría de Planeamiento e Innovación Educativa.

Índice interactivo

Introducción

Este material abarca uno de los contenidos propuestos para primer año de la NES, el teorema de Pitágoras, y desarrolla una secuencia compuesta de tres instancias.

Una primera parte se centra en la modelización de situaciones contextualizadas, luego se aborda una de las demostraciones del teorema, finalmente se propone el diseño de un programa para la resolución de triángulos rectángulos.

No se espera que los estudiantes elaboren autónomamente la demostración del teorema, sino que comprendan la secuencia deductiva planteada, y que la acompañen proponiendo resoluciones para las distintas preguntas o pasos desplegados.

Uno de los propósitos del material es propiciar el desarrollo de situaciones en las cuales los estudiantes argumenten, debatan relaciones geométricas, interpreten las relaciones matemáticas involucradas en los enunciados y puedan analizar distintas representaciones.

Para abordar algunos tramos de esta secuencia, es conveniente que los estudiantes hayan tenido oportunidades de resolver problemas que involucran los criterios de congruencia de triángulos, algunas propiedades de los cuadriláteros y que hayan trabajado con actividades que requieran la comparación de áreas de figuras planas, sin recurrir necesariamente a medidas numéricas. Antes de encarar esta secuencia, pueden revisarse las actividades 1 y 2 del capítulo 3 del documento *Matemática. Geometría.* Serie Aportes para la enseñanza. Nivel Medio.

Matemática. Geometría. Serie Aportes para la enseñanza. Nivel Medio.

La secuencia comienza con un listado de situaciones problemáticas contextualizadas, en las que se solicita la representación de figuras de análisis para identificar aspectos comunes a todas.

Luego se presentan actividades que invitan a los estudiantes a participar en la demostración del teorema de Pitágoras que acompaña el docente, a partir de la comparación de áreas. Como plantea el *Diseño Curricular*, se demuestra primero el teorema de Pitágoras en los triángulos rectángulos isósceles y luego se generaliza para un triángulo rectángulo cualquiera. En todas las actividades se propone que los estudiantes pongan en juego las propiedades de las figuras geométricas ya conocidas, para establecer nuevas relaciones y llegar a la demostración del teorema propuesto.

Por último, se propone la realización de un programa que permita resolver otras situaciones similares a las planteadas en la primera actividad, en el que el teorema de Pitágoras será un insumo fundamental.

Para desarrollar un programa que sirva para resolver una situación, primero es necesario estudiarla y analizar distintas estrategias de resolución del problema. Se promueve así, en el aula, la aparición de variadas formas de resolución. Al tomar una decisión acerca de cuál es la estrategia más aconsejable, cada estudiante tiene que justificar su elección. Cabe destacar que se apunta a promover la aparición de variadas estrategias y no se busca llegar a consensuar una sola.

La programación es entonces una herramienta en Matemática que puede propiciar el despliegue de algunas formas lógicas de pensamiento que se pondrán en juego al construir distintos algoritmos que podrían usarse para resolver los problemas.

Artigue sostiene que “el uso de la programación no debe convertirse en un objeto de enseñanza en sí mismo, sino en una herramienta que permita mejores aprendizajes matemáticos, favoreciendo además la motivación de los estudiantes”. [1]

Proponer a los estudiantes el desarrollo del pensamiento computacional permite ordenar los conceptos y convertirlos en útiles para la resolución de distintos contextos.

Se ha elegido el entorno Scratch dado que es un lenguaje utilizado por los estudiantes en la escuela primaria y el objetivo fundamental de la actividad es ordenar el pensamiento de resolución de los problemas, analizar los datos que se tienen y lo que se necesita calcular.

Contenidos y objetivos de aprendizaje

En esta propuesta se seleccionaron los siguientes contenidos y objetivos de aprendizaje del espacio curricular de Matemática para primer año de la NES:

Ejes/Contenidos	Objetivos de aprendizaje	Capacidades
Teorema de Pitágoras y aplicaciones • El teorema para un triángulo rectángulo isósceles: relación entre el área de un cuadrado y el área del cuadrado construido sobre su diagonal. • Relación entre las medidas de los lados de un triángulo rectángulo isósceles: existencia de números no racionales. • Relación entre los lados y la diagonal de un rectángulo, a partir de las áreas de los cuadrados y triángulos. • El caso general del teorema.	• Recurrir a criterios de igualdad de triángulos y a las relaciones de ángulos entre paralelas, para resolver diversos tipos de problemas. Enunciar afirmaciones y validarlas o descartarlas, apoyándose en los conocimientos construidos. • Conocer la relación pitagórica entre las medidas de los lados de un triángulo rectángulo y disponer de ella para la resolución de diferentes situaciones. • Interpretar el significado de los datos representados por medio de diferentes gráficos y encontrar la forma más pertinente para comunicarlos. • Valorar el trabajo colaborativo como productor de relaciones matemáticas, así como de la posibilidad de validarlas.	• Pensamiento crítico, iniciativa y creatividad. • Resolución de problemas.

Educación Digital

Desde Educación Digital, se propone que los estudiantes puedan desarrollar las competencias necesarias para realizar un uso crítico, criterioso y significativo de las tecnologías digitales. Para ello –y según lo planteado en el "Marco para la Educación Digital" del *Diseño Curricular* de la NES–, es preciso pensarlas aquí en tanto recursos disponibles para potenciar los procesos de aprendizaje y la construcción de conocimiento en forma articulada y contextualizada con las áreas de conocimiento, y de manera transversal.

Marco para la Educación Digital

Competencias digitales involucradas	Objetivos de aprendizaje
• Competencias funcionales y transferibles. • Pensamiento crítico y evaluación. • Colaboración.	• Modelar diferentes escenarios con el uso de aplicaciones específicas para el área curricular, identificando patrones y verificando hipótesis. • Crear y aplicar lenguajes de programación de diferentes características para el aprendizaje por resolución de problemas.

Itinerario de actividades

Actividad 1

Encontrar similitudes

Se propone realizar figuras de análisis en varias situaciones en contextos externos a la matemática.

1

Actividad 2

Relaciones entre los lados de un triángulo rectángulo isósceles

Se propone la construcción de cuadrados y triángulos a partir de un triángulo rectángulo isósceles. Para concluir con la relación entre los catetos y la hipotenusa de los triángulos rectángulos isósceles.

2

Actividad 3

Relación entre los lados de un triángulo rectángulo

Se propone la construcción de cuadrados y triángulos rectángulos a partir de un triángulo rectángulo para encontrar la relación entre los lados del triángulo.

3

Actividad 4

Diseñar un programa para la resolución de triángulos rectángulos

Se propone la realización de un programa en Scratch que permita resolver las situaciones planteadas en la actividad 1 y situaciones similares.

4

Orientaciones didácticas y actividades

A continuación, se desarrollan las actividades sugeridas para los estudiantes, acompañadas de orientaciones para los docentes.

Actividad 1. Encontrar similitudes

El objetivo de esta actividad es propiciar la representación en figuras de análisis para reconocer las similitudes entre las situaciones planteadas.

No se espera que los estudiantes lleguen a la resolución de los problemas, sino a advertir la necesidad de conocer relaciones entre las medidas de los lados de los triángulos rectángulos para resolver las situaciones planteadas.

Encontrar similitudes

Actividad 1

En esta primera actividad se plantean situaciones que involucran preguntas, pero por ahora solamente quedarán formuladas. Una vez resueltas las distintas actividades de este material, podrán responder las preguntas y resolver otros problemas que involucren relaciones entre los lados de triángulos rectángulos.

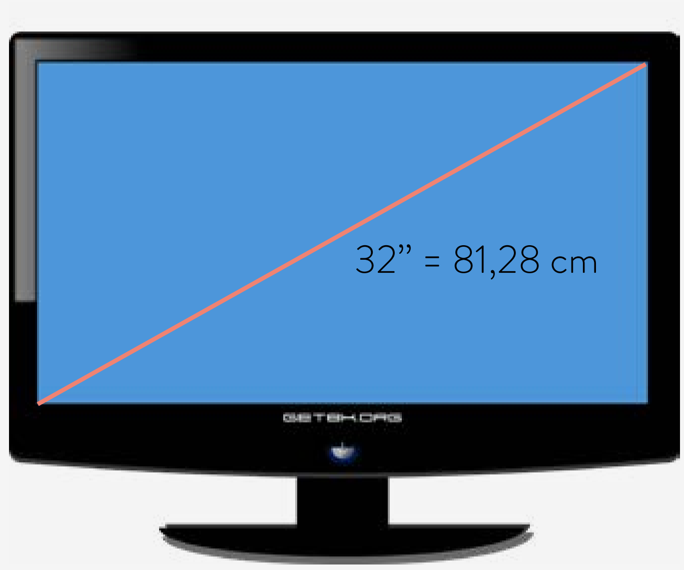
A continuación, se presenta una lista de problemas.

a. En grupos de 2 o 3 personas, lean cada situación, realicen dibujos o esquemas que las representen y vuelquen en ellos los datos que se ofrecen en los enunciados.

b. Analicen los distintos esquemas realizados, tratando de identificar si aparecen elementos comunes.

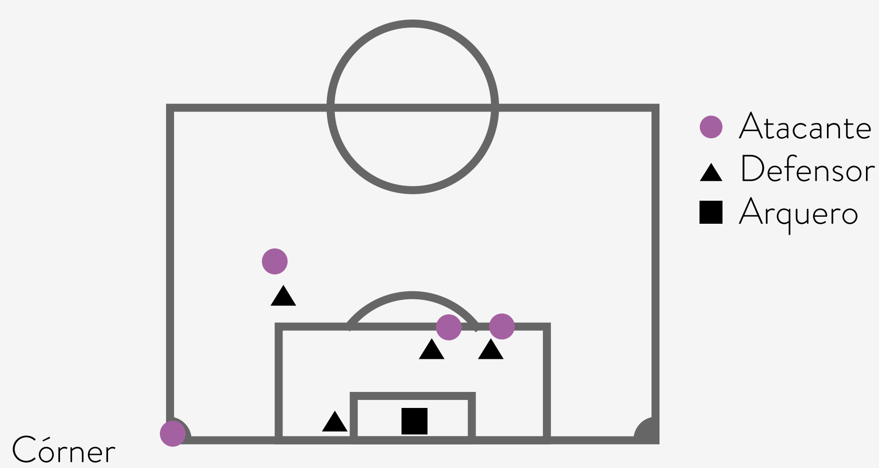
1. Una escalera de 3 m de largo se apoya en la pared, de modo que la base queda a 70 cm de la pared. ¿A qué altura, medida desde el piso, llega la escalera?
2. Una escalera de 3 m de largo se apoya en la pared a la altura de una lámpara que se encuentra a 2,8 m del suelo. ¿A qué distancia de la pared hay que apoyar el pie de la escalera?
3. Un barco parte del puerto de Buenos Aires y viaja 200 km hacia el este, en línea recta. Luego viaja 100 km en línea recta hacia el norte y llega a Colonia de Sacramento en Uruguay. Otro barco viaja directo del puerto de Buenos Aires a Colonia sin girar. ¿Qué distancia recorre el segundo barco?

4. El dato de las “pulgadas” de un televisor, que se informa habitualmente, indica cuánto mide la diagonal de la pantalla.



Por ejemplo, para un televisor de 32” la diagonal de la pantalla mide 32”, o sea, 81,28 cm. Si se sabe que el ancho mide 75,64 cm, ¿cuánto medirá el alto de la pantalla?

5. Una cancha de fútbol mide 120 m de largo y 90 m de ancho. Un jugador se para en el córner izquierdo, tira la pelota con mucha fuerza y esta llega al córner derecho del otro arco. ¿Cuántos metros en línea recta recorre la pelota?



6. Una estantería de 6 m de altura se coloca a 7 m de la puerta de un depósito. Se quiere poner en la puerta una cinta transportadora para subir las cajas de mercadería a la estantería. ¿Qué largo debe tener la cinta transportadora?

7. Un carpintero hace marcos cuadrados para cuadros y les pone una varilla de madera en la diagonal para que no se deformen. Si la madera de la diagonal mide 30 cm, ¿qué medidas tiene el marco del cuadro?

En esta actividad, los estudiantes deben comprender los textos, interpretar las situaciones presentadas y llegar a representarlas mediante figuras de análisis. Se comienza con varias situaciones para resolver. Los estudiantes aún no conocen el teorema de Pitágoras y no se pretende que resuelvan los problemas.

Se propone trabajar la interpretación de los enunciados y la modelización de los problemas planteados en distintos contextos. El objetivo es concluir que en todas las representaciones es posible reconocer triángulos rectángulos y para contestar las preguntas es necesario encontrar relaciones entre las medidas de sus lados.

Se espera que luego de la puesta en común y teniendo en cuenta los conocimientos previos, los estudiantes puedan anticipar que es posible resolver las situaciones planteadas estableciendo relaciones entre las medidas de los lados de los triángulos rectángulos. Puede resultar conveniente poner nombres a los lados: hipotenusa y catetos.

Actividad 2. Relaciones entre los lados de un triángulo rectángulo isósceles

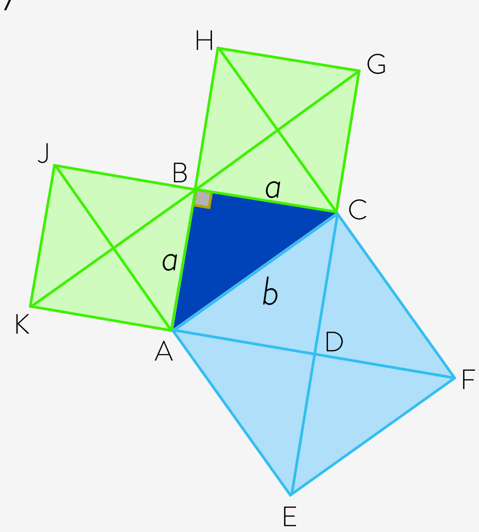
Para lograr contestar las preguntas planteadas en los problemas de la actividad 1, “Encontrar similitudes”, será necesario identificar y explicitar las relaciones existentes entre las medidas de los lados de los triángulos rectángulos. Para ello, puede resultar útil construir cuadrados sobre los lados del triángulo y así, luego de un análisis de comparación de áreas, llegar a la conclusión de las relaciones que existen.

Actividad 1. Encontrar similitudes

Relaciones entre los lados de un triángulo rectángulo isósceles

Actividad 2

En esta figura se puede observar un triángulo rectángulo isósceles ABC, en el que $\hat{B} = 90^{\circ}$. Sobre cada lado del triángulo se construyó un cuadrado.



En grupos de 3 o 4 estudiantes, respondan las siguientes preguntas.

a. ¿Cuáles de los triángulos que aparecen en la figura son iguales a ABC? ¿Por qué?

b. ¿Qué relación encuentran entre las áreas de los cuadrados verdes y la del cuadrado celeste?

c. Analicen cuáles de las fórmulas expresan las relaciones existentes entre los lados *a* (catetos) y *b* (hipotenusa) de un triángulo rectángulo isósceles. Expliquen por qué a partir de la construcción anterior.

$b^2 = 2 \cdot a^2$ $\quad b = 2 \cdot a$ $\quad b^2 = 4 \cdot \left(\frac{a^2}{2}\right)$ $\quad b^2 = a^2 + a^2$ $\quad b^2 = 4 \cdot a^2$

Actividad anterior

Actividad siguiente

Como se puede observar en esta actividad se presenta una construcción hecha a partir de un triángulo rectángulo isósceles, sin especificar sus medidas. Es fundamental hacer hincapié en que los estudiantes argumenten sus afirmaciones. "Para los primeros años de la escolaridad media se propone una profundización de este trabajo tanto en el establecimiento de relaciones más complejas [...] como en la entrada a la argumentación deductiva como forma de trabajo en geometría. Se trata de un proceso que requiere que las situaciones que se presenten a los alumnos cumplan ciertas características: permitir que los saberes geométricos aparezcan como instrumentos en la resolución de problemas que no puedan ser resueltos desde la percepción o desde la medición. La validación de la respuesta dada a un problema –es decir, la decisión autónoma del alumno acerca de la verdad o la falsedad de su respuesta– no se podrá establecer empíricamente, sino que deberá apoyarse en las propiedades de los objetos geométricos". [2]

Para responder la primera pregunta se espera que los estudiantes puedan decidir que el triángulo ABC es igual al BCG, porque los dos son rectángulos y tienen dos lados iguales. Sin embargo, esta argumentación no sirve para decidir que el triángulo ABC es igual a ADC. En este último caso, ABCD es un cuadrado porque tiene todos los ángulos rectos (ya que las diagonales del cuadrado ACFE son perpendiculares) y todos los lados iguales, y $\overline{AC}$ es una diagonal. Por lo tanto, los triángulos ABC y ACD son iguales.

Luego de esta deducción, a partir de la figura se puede establecer que cada cuadrado verde está formado por dos triángulos iguales a ABC y el cuadrado celeste está formado por cuatro triángulos también iguales a ABC. Por lo tanto, el área del cuadrado celeste es igual a la suma de las áreas de los cuadrados verdes.

El último punto de esta actividad propone analizar expresiones algebraicas que permitan simbolizar la relación encontrada. Vuelve a ser importante escuchar y registrar las argumentaciones de los estudiantes acerca de esa equivalencia fundamentalmente pensándola respecto a la situación planteada. Por ejemplo, la primera fórmula traduce lo hecho en el punto **b.** Como el área del cuadrado celeste es igual a la suma de las áreas de los cuadrados verdes, entonces $b^2 = 2 \cdot a^2$. Podría ser que los estudiantes digan que la expresión $b^2 = 4 \cdot \left(\frac{a^2}{2}\right)$ es correcta porque al simplificarla queda lo mismo que en la anterior. Aunque esto sea correcto, se propone buscar una explicación desde la figura estudiada. En este caso, como el cuadrado celeste es igual a cuatro triángulos como ABC, entonces el área del cuadrado celeste se podría calcular multiplicando por 4 el área del triángulo rectángulo ABC.

Luego de la puesta en común se propone que escriban todo lo hecho y fundamentalmente las argumentaciones armando un portfolio que irá avanzando para servir luego de la evaluación de la secuencia.

Actividad 3. Relación entre los lados de un triángulo rectángulo

Una vez que se analizó la relación que existe entre los lados de un triángulo rectángulo isósceles, se propone extender esta relación a cualquier triángulo. Si bien históricamente se conocen muchas demostraciones del teorema de Pitágoras, para esta secuencia se eligió una que se considera accesible a los estudiantes de primer año y que propone recuperar el trabajo de comparación de áreas propuesto en el documento de *Matemática. Geometría.* Serie Aportes para la enseñanza. Nivel Medio, antes mencionado.

Matemática. Geometría. Serie Aportes para la enseñanza. Nivel Medio.

En esta actividad, se sugiere ver un video que propone la comparación. Es recomendable entonces mirarlo en el aula para poder pausarlo, repreguntar y volver a empezar.

Relación entre los lados de un triángulo rectángulo

Actividad 3

Primera parte

a. Miren el video "Teorema de Pitágoras", del programa "Científicos Industria Argentina" conducido por Adrian Paenza, en Las400clases. Si lo necesitan, paren el video y vuelvan a comenzar. Tomen apuntes de lo que les parece importante.

Segunda parte

En grupos de 3 o 4 estudiantes, respondan estas preguntas. Escriban las conclusiones en un documento compartido.

a. ¿Qué es lo que quiere demostrar Adrián Paenza en el video?

b. En el video, el conductor comienza con un triángulo rectángulo cuyos lados miden a, b y h y arma dos cuadrados cuyos lados miden a + b. En la figura 2, los segmentos negros son paralelos a los lados del cuadrado.

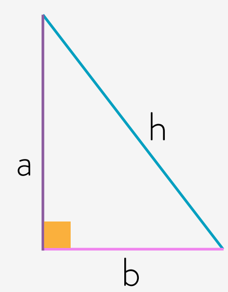


FIGURA 1

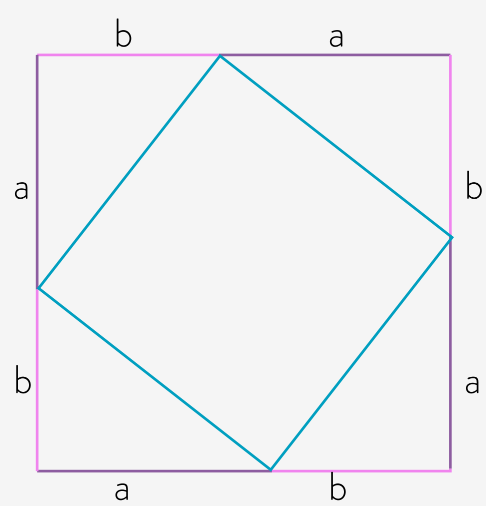
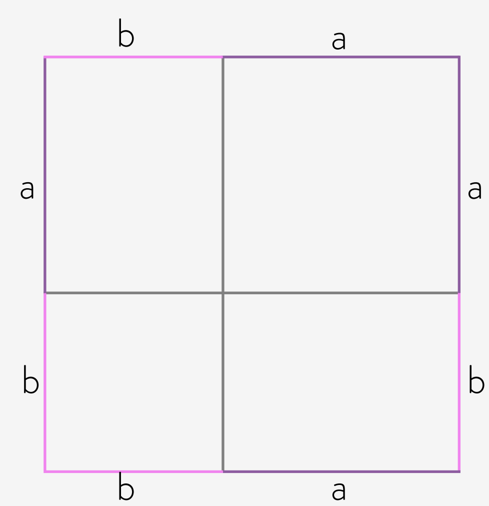


FIGURA 2



- ¿Qué figura forma el cuadrilátero de lados azules de la figura 1? ¿Cómo están seguros de eso?
- ¿En qué figuras quedó dividido el cuadrado de la figura 2? ¿Cómo pueden estar seguros?
- ¿Dónde están los triángulos originales en la figura 2?
- ¿Cómo se calculan las áreas de los cuadrados de la figura 2?
- ¿Qué relación hay entre las áreas del cuadrilátero de lados azules de la figura 1 y la suma de las áreas de los cuadrados de la figura 2?
- ¿A qué conclusión llega Adrián Paenza? ¿La conclusión será cierta para todo triángulo rectángulo? ¿Por qué?

Cuando los estudiantes miren el video, se sugiere ir pausándolo para reponer lo que allí se está mirando. Por ejemplo, si se corta el video a los 2:18 minutos, se puede preguntar: ¿qué es lo que plantea el teorema de Pitágoras? ¿Tiene algo que ver con las conclusiones de la actividad 2, “Relaciones entre los lados de un triángulo rectángulo isósceles”?

Actividad 2. Relaciones entre los lados de un triángulo rectángulo isósceles

Luego se reinicia el video y se puede ir pausando para reponer las distintas construcciones que realiza el conductor.

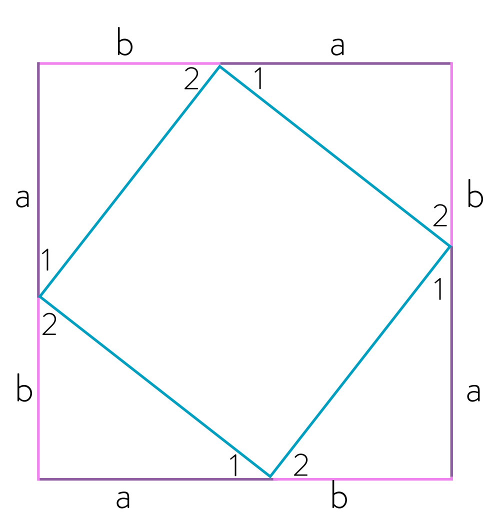
Por último, se plantea que, en pequeños grupos, contesten las preguntas propuestas. Las dos primeras pretenden reponer lo visto en el video y traen a discusión lo que significa argumentar en matemática.

Teniendo en cuenta que “entrar en el juego de la demostración supone, entonces, poder validar las afirmaciones o conjeturas sin recurrir a la constatación empírica. Validar una afirmación es parte del proceso de construcción de conocimiento en la medida en que las argumentaciones a partir de las propiedades conocidas de los cuerpos y figuras producen nuevo conocimiento sobre ellos” [3], a partir de las preguntas propuestas en la consigna **b.**, se espera que los estudiantes puedan armar sus argumentaciones respecto a la demostración propuesta por Adrián Paenza.

Para contestar la primera de estas preguntas, no alcanza con decir que los lados son iguales, falta analizar los ángulos.

Es esperable que los estudiantes puedan decir que como los triángulos son rectángulos, la suma de los dos ángulos agudos será 90º. Además, los cuatro triángulos son iguales y, por lo tanto, sus ángulos también lo son. Luego:

FIGURA 1



En cada vértice del cuadrilátero azul queda marcado un ángulo llamado $\hat{1}$, uno llamado $\hat{2}$ y el ángulo interior del cuadrilátero. Los tres juntos suman 180º y $\hat{1} + \hat{2} = 90º$. Por lo tanto, el ángulo interior del cuadrilátero mide 90º.

Las argumentaciones respecto a la figura 2 son más sencillas dado que los segmentos negros son paralelos a los lados del cuadrado original.

Finalmente se espera que los estudiantes puedan decir que el área del cuadrado azul de la figura 1 tiene que ser igual que la suma de las áreas de los cuadrados de la figura 2 (porque dos triángulos de la figura 1 forman un rectángulo de la figura 2) y entonces:

Área del cuadrado azul de la figura 1 = suma de las áreas de los cuadrados de la figura 2.

En consecuencia: $h^2 = a^2 + b^2$.

Luego de la puesta en común en la que se analizan las argumentaciones de los estudiantes, se sugiere proponer que escriban todas las conclusiones obtenidas y las argumentaciones propuestas en el portfolio.

Actividad 4. Diseñar un programa para la resolución de triángulos rectángulos

Luego de resolver la actividad 3, “Relación entre los lados de un triángulo rectángulo”, en la que se concluyó con el teorema de Pitágoras, en esta actividad se pretende poner en juego esas conclusiones para la resolución de las situaciones planteadas en la actividad 1, “Encontrar similitudes”.

Actividad 3. Relación entre los lados de un triángulo rectángulo

Actividad 1. Encontrar similitudes

Diseñar un programa para la resolución de triángulos rectángulos

Actividad 4

Primera parte

a. Relean las situaciones propuestas en la actividad 1, “Encontrar similitudes” y las figuras de análisis que hicieron.

b. Analicen si con lo hecho en las actividades 2, “Relaciones entre los lados de un triángulo rectángulo isósceles” y 3, “Relación entre los lados de un triángulo rectángulo”, pueden contestar las preguntas.

Segunda parte

a. Escriban los pasos a seguir para armar un programa que permita resolver todos los problemas de la actividad 1, “Encontrar similitudes”.

b. Usen Scratch para programar una “calculadora de triángulos rectángulos” que permita resolver todas las situaciones de la actividad y otras parecidas.

Actividad 3. Relación entre los lados de un triángulo rectángulo

Actividad 1. Encontrar similitudes

Actividad 2. Relaciones entre los lados de un triángulo rectángulo isósceles

Actividad anterior

En la primera parte de esta actividad, se pone en juego la conclusión del teorema de Pitágoras. Es decir, las situaciones problemáticas requieren usar la fórmula demostrada. En algunos casos se dan como datos los dos catetos del triángulo y se necesita calcular la hipotenusa y en otros, se da la hipotenusa y uno de los catetos y se requiere calcular el otro cateto.

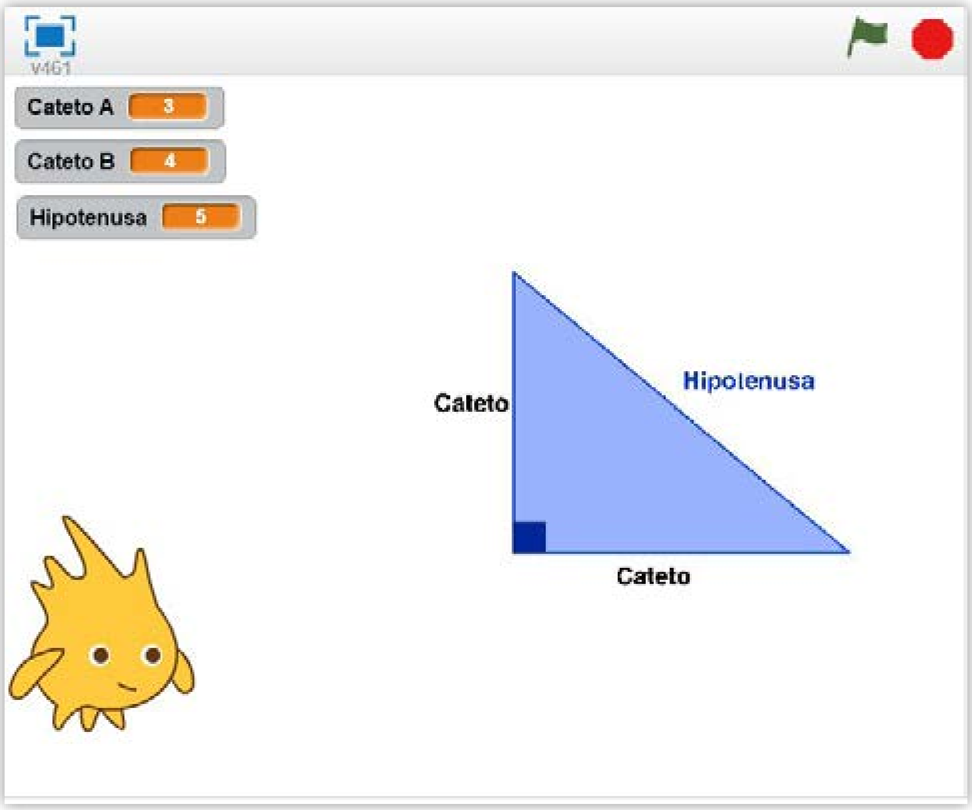
Para finalizar la secuencia, se propone realizar un programa que permita “resolver triángulos rectángulos”, en referencia a un programa que, para cualquier triángulo rectángulo, devuelva la medida del tercer lado cuando se le ingresan las medidas de los otros dos. Es decir, se usará el teorema de Pitágoras como un algoritmo que permita programar.

Un algoritmo es un procedimiento de resolución de un problema. Consiste en una secuencia finita de pasos que, partiendo de los datos iniciales, lleva a la solución.

Según Harel, un problema algorítmico se caracteriza por una especificación de una colección válida, posiblemente infinita de conjuntos de entrada, y una especificación de los elementos de salida deseados en función de los de entrada. [4]

En este caso, se propone realizar un problema algorítmico en el que se comience preguntando qué tipo de lados se tiene: dos catetos o un cateto y la hipotenusa y se dé como resultado el otro.

Una posible solución para el programa se puede observar accediendo a la "Calculadora de Pitágoras" en el sitio de Scratch.



Se sugiere proponer a los estudiantes que vuelquen en el portfolio todo lo que realizaron en esta actividad, que incluyan los errores cometidos y las distintas pruebas que pudieron haber hecho en Scratch.

Orientaciones para la evaluación

Dado que "la evaluación provee retroalimentación al alumno acerca de los procesos que experimenta y de los productos que realiza durante el aprendizaje y al docente sobre la enseñanza que ha impartido" [5], para evaluar esta secuencia se espera que los estudiantes retomen el portfolio realizado a lo largo de ella.

El programa realizado en Scratch y la justificación de lo hecho son una buena herramienta de evaluación dado que ponen en juego todo lo analizado en las actividades anteriores.

También se puede proponer preguntas que permitan reveer lo hecho. Por ejemplo:

- ¿Por qué en la actividad 2, "Relaciones entre los lados de un triángulo rectángulo isósceles", la suma de las áreas de los cuadrados verdes es igual al área del cuadrado celeste?
- En la actividad 3, "Relación entre los lados de un triángulo rectángulo", en la demostración que realiza Paenza del teorema de Pitágoras, se utilizan las siguientes figuras.

Actividad 2. Relaciones entre los lados de un triángulo rectángulo isósceles

Actividad 3. Relaciones entre los lados de un triángulo rectángulo

FIGURA 1

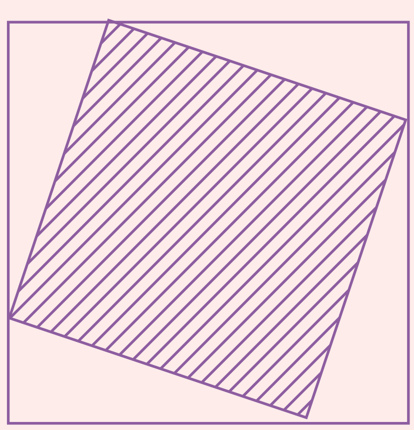
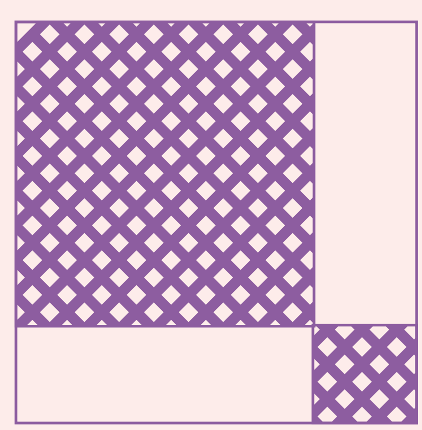


FIGURA 2



- ¿Qué relación hay entre las áreas del cuadrilátero interior de la figura 1 y la suma de las áreas de los cuadrados de la figura 2? ¿Cómo se puede estar seguro?
- ¿Qué datos se dan en los problemas de la actividad 1, "Encontrar similitudes" y cómo se puede resolver lo pedido?
- ¿Para qué tipo de triángulos se puede usar el teorema de Pitágoras? ¿Qué se puede obtener con su uso?
- Escriban situaciones problemáticas que para resolverlas sea útil recordar la relación pitagórica.

Actividad 1. Encontrar similitudes

Bibliografía

Anijovich, R. y otros. *Una introducción para la diversidad*. Buenos Aires, Fondo de Cultura Económica, 2004.

Artigue, M. “Problemas y desafíos en educación matemática: ¿qué nos ofrece hoy la didáctica de la matemática para afrontarlos?”. *Educación Matemática*. Vol. 16, núm. 3. Diciembre de 2004, pp. 5-28.

Da Rosa, S. (coord.) *Matemática y programación*. Montevideo, Universidad de la República, Facultad de Ingeniería, 2013.

G.C.B.A. Ministerio de Educación. *Aportes para la enseñanza. Nivel medio. Matemática. Geometría*. 2007.

Harel, D. *Algorithmics: The Spirit of Computing. Reading*, Addison-Wesley, 1987.

Pérez, T. y otros. “Resolución de problemas algorítmicos mediante la programación en la clase de matemática”. VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática, Montevideo, 2013.

Notas

1. Artigue, M. “Problemas y desafíos en educación matemática: ¿qué nos ofrece hoy la didáctica de la matemática para afrontarlos?”. *Educación Matemática*. Vol. 16, núm. 3. Diciembre de 2004, pp. 5-28.
2. G.C.B.A. Ministerio de Educación. *Matemática. Geometría.* Serie Aportes para la enseñanza. Nivel Medio. 2007.
3. G.C.B.A. Ministerio de Educación. *Matemática. Geometría.* Serie Aportes para la enseñanza. Nivel Medio. 2007.
4. Harel, D. *Algorithmics: The Spirit of Computing. Reading*, Addison-Wesley, 1987.
5. Anijovich R. y otros. *Una introducción para la diversidad*. Buenos Aires, Fondo de Cultura Económica de Argentina, 2004.

Imágenes

Página 14. Monitor, Pixabay, https://bit.ly/2MkP9h4.

Vamos Buenos Aires