

Matemática



Segundo año

Funciones de proporcionalidad inversa

Serie PROFUNDIZACIÓN • NES



Buenos Aires Ciudad



Vamos Buenos Aires

JEFE DE GOBIERNO

Horacio Rodríguez Larreta

MINISTRA DE EDUCACIÓN E INNOVACIÓN

María Soledad Acuña

SUBSECRETARIO DE PLANEAMIENTO EDUCATIVO, CIENCIA Y TECNOLOGÍA

Diego Javier Meiriño

DIRECTORA GENERAL DE PLANEAMIENTO EDUCATIVO

María Constanza Ortiz

GERENTE OPERATIVO DE CURRÍCULUM

Javier Simón

SUBSECRETARIA DE COORDINACIÓN PEDAGÓGICA Y EQUIDAD EDUCATIVA

Andrea Fernanda Bruzos Bouchet

SUBSECRETARIO DE CARRERA DOCENTE Y FORMACIÓN TÉCNICA PROFESIONAL

Jorge Javier Tarulla

SUBSECRETARIO DE GESTIÓN ECONÓMICO FINANCIERA

Y ADMINISTRACIÓN DE RECURSOS

Sebastián Tomaghelli

SUBSECRETARÍA DE PLANEAMIENTO EDUCATIVO, CIENCIA Y TECNOLOGÍA (SSPECT)

DIRECCIÓN GENERAL DE PLANEAMIENTO EDUCATIVO (DGPLEDU)

GERENCIA OPERATIVA DE CURRÍCULUM (GOC)

Javier Simón

EQUIPO DE GENERALISTAS DE NIVEL SECUNDARIO: Bettina Bregman (coordinación), Cecilia Bernardi, Ana Campelo, Cecilia García, Julieta Jakubowicz, Marta Libedinsky, Carolina Lifschitz, Julieta Santos

ESPECIALISTAS: Ruth Schaposchnik (coordinación), Carla Cabalcabué, Rosa María Escayola, Inés Zuccarelli

IDEA ORIGINAL DE EQUIPO EDITORIAL DE MATERIALES DIGITALES (DGPLEDU)

Mariana Rodríguez (coordinación), Octavio Bally, María Laura Cianciolo, Ignacio Cismondi, Bárbara Gomila, Marta Lacour, Manuela Luzzani Ovide, Alejandra Mosconi, Patricia Peralta, Silvia Saucedo.

EQUIPO EDITORIAL EXTERNO

COORDINACIÓN EDITORIAL: Alexis B. Tellechea

DISEÑO GRÁFICO: Estudio Cerúleo

EDICIÓN: Fabiana Blanco, Natalia Ribas

CORRECCIÓN DE ESTILO: Federico Juega Sicardi

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires
Matemática : funciones de proporcionalidad inversa : segundo año ; dirigido por María Constanza Ortiz. - 1a edición para el profesor - Ciudad Autónoma de Buenos Aires : Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Ministerio de Educación e Innovación, 2019.
Libro digital, PDF - (Profundización NES)

Archivo Digital: descarga y online
ISBN 978-987-673-481-3

1. Educación Secundaria. 2. Matemática. I. Ortiz, María Constanza , dir. II. Título.
CDD 510.712

ISBN 978-987-673-481-3

Se autoriza la reproducción y difusión de este material para fines educativos u otros fines no comerciales, siempre que se especifique claramente la fuente. Se prohíbe la reproducción de este material para reventa u otros fines comerciales.

Las denominaciones empleadas en este material y la forma en que aparecen presentados los datos que contiene no implican, de parte del Ministerio de Educación e Innovación del Gobierno de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires, juicio alguno sobre la condición jurídica o nivel de desarrollo de los países, territorios, ciudades o zonas, o de sus autoridades, ni respecto de la delimitación de sus fronteras o límites.

Fecha de consulta de imágenes, videos, textos y otros recursos digitales disponibles en internet: 15 de junio de 2019.

© Gobierno de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires / Ministerio de Educación e Innovación / Subsecretaría de Planeamiento Educativo, Ciencia y Tecnología.
Dirección General de Planeamiento Educativo / Gerencia Operativa de Currículum, 2019.
Holmberg 2548/96, 2.º piso - C1430DOV - Ciudad Autónoma de Buenos Aires.

© Copyright © 2019 Adobe Systems Software. Todos los derechos reservados.
Adobe, el logo de Adobe, Acrobat y el logo de Acrobat son marcas registradas de Adobe Systems Incorporated.

Presentación

La serie de materiales Profundización de la NES presenta distintas propuestas de enseñanza en las que se ponen en juego tanto los contenidos –conceptos, habilidades, capacidades, prácticas, valores y actitudes– definidos en el *Diseño Curricular de la Nueva Escuela Secundaria* de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires, Resolución N.º 321/MEGC/2015, como nuevas formas de organizar los espacios, los tiempos y las modalidades de enseñanza.

El tipo de propuestas que se presentan en esta serie se corresponde con las características y las modalidades de trabajo pedagógico señaladas en la Resolución CFE N.º 93/09 para fortalecer la organización y la propuesta educativa de las escuelas de nivel secundario de todo el país. Esta norma –actualmente vigente y retomada a nivel federal por la propuesta “Secundaria 2030”, Resolución CFE N.º 330/17– plantea la necesidad de instalar “distintos modos de apropiación de los saberes que den lugar a: nuevas formas de enseñanza, de organización del trabajo de los profesores y del uso de los recursos y los ambientes de aprendizaje”. Se promueven también nuevas formas de agrupamiento de los estudiantes, diversas modalidades de organización institucional y un uso flexible de los espacios y los tiempos que se traduzcan en propuestas de talleres, proyectos, articulación entre materias, debates y organización de actividades en las que participen estudiantes de diferentes años. En el ámbito de la Ciudad, el *Diseño Curricular de la Nueva Escuela Secundaria* incorpora temáticas nuevas y emergentes y abre la puerta para que en la escuela se traten problemáticas actuales de significatividad social y personal para los estudiantes.

Existe acuerdo sobre la magnitud de los cambios que demanda la escuela secundaria para lograr convocar e incluir a todos los estudiantes y promover efectivamente los aprendizajes necesarios para el ejercicio de una ciudadanía responsable y la participación activa en ámbitos laborales y de formación. Es importante resaltar que, en la coyuntura actual, tanto los marcos normativos como el *Diseño Curricular* jurisdiccional en vigencia habilitan e invitan a motorizar innovaciones imprescindibles.

Si bien ya se ha recorrido un importante camino en este sentido, es necesario profundizar, extender e instalar propuestas que efectivamente hagan de la escuela un lugar convocante para los estudiantes y que, además, ofrezcan reales oportunidades de aprendizaje. Por lo tanto, sigue siendo un desafío:

- El trabajo entre docentes de una o diferentes áreas que promueva la integración de contenidos.
- Planificar y ofrecer experiencias de aprendizaje en formatos diversos.
- Elaborar propuestas que incorporen oportunidades para el aprendizaje y el ejercicio de capacidades.

Los materiales elaborados están destinados a los docentes y presentan sugerencias, criterios y aportes para la planificación y el despliegue de las tareas de enseñanza, desde estos lineamientos. Se incluyen también propuestas de actividades y experiencias de aprendizaje para los estudiantes y orientaciones para su evaluación. Las secuencias han sido diseñadas para admitir un uso flexible y versátil de acuerdo con las diferentes realidades y situaciones institucionales.

La serie reúne dos líneas de materiales: una se basa en una lógica disciplinar y otra presenta distintos niveles de articulación entre disciplinas (ya sean areales o interareales). Se introducen también materiales que aportan a la tarea docente desde un marco didáctico con distintos enfoques de planificación y de evaluación para acompañar las diferentes propuestas.

El lugar otorgado al abordaje de problemas interdisciplinarios y complejos procura contribuir al desarrollo del pensamiento crítico y de la argumentación desde perspectivas provenientes de distintas disciplinas. Se trata de propuestas alineadas con la formación de actores sociales conscientes de que las conductas individuales y colectivas tienen efectos en un mundo interdependiente.

El énfasis puesto en el aprendizaje de capacidades responde a la necesidad de brindar a los estudiantes experiencias y herramientas que permitan comprender, dar sentido y hacer uso de la gran cantidad de información que, a diferencia de otras épocas, está disponible y fácilmente accesible para todos. Las capacidades son un tipo de contenidos que debe ser objeto de enseñanza sistemática. Para ello, la escuela tiene que ofrecer múltiples y variadas oportunidades para que los estudiantes las desarrollen y consoliden.

Las propuestas para los estudiantes combinan instancias de investigación y de producción, de resolución individual y grupal, que exigen resoluciones divergentes o convergentes, centradas en el uso de distintos recursos. También, convocan a la participación activa de los estudiantes en la

apropiación y el uso del conocimiento, integrando la cultura digital. Las secuencias involucran diversos niveles de acompañamiento y autonomía e instancias de reflexión sobre el propio aprendizaje, a fin de habilitar y favorecer distintas modalidades de acceso a los saberes y los conocimientos y una mayor inclusión de los estudiantes.

En este marco, los materiales pueden asumir distintas funciones dentro de una propuesta de enseñanza: explicar, narrar, ilustrar, desarrollar, interrogar, ampliar y sistematizar los contenidos. Pueden ofrecer una primera aproximación a una temática formulando dudas e interrogantes, plantear un esquema conceptual a partir del cual profundizar, proponer actividades de exploración e indagación, facilitar oportunidades de revisión, contribuir a la integración y a la comprensión, habilitar oportunidades de aplicación en contextos novedosos e invitar a imaginar nuevos escenarios y desafíos. Esto supone que en algunos casos se podrá adoptar la secuencia completa o seleccionar las partes que se consideren más convenientes; también se podrá plantear un trabajo de mayor articulación entre docentes o un trabajo que exija acuerdos entre los mismos. Serán los equipos docentes quienes elaborarán propuestas didácticas en las que el uso de estos materiales cobre sentido.

Iniciamos el recorrido confiando en que constituirá un aporte para el trabajo cotidiano. Como toda serie en construcción, seguirá incorporando y poniendo a disposición de las escuelas de la Ciudad nuevas propuestas, dando lugar a nuevas experiencias y aprendizajes.



María Constanza Ortiz
Directora General de Planeamiento Educativo



Javier Simón
Gerente Operativo de Currículum

¿Cómo se navegan los textos de esta serie?

Los materiales de Profundización NES cuentan con elementos interactivos que permiten la lectura hipertextual y optimizan la navegación.

Para visualizar correctamente la interactividad se sugiere bajar el programa [Adobe Acrobat Reader](#) que constituye el estándar gratuito para ver e imprimir documentos PDF.



Portada



Flecha interactiva que lleva a la página posterior.

Índice interactivo

Introducción

Plaquetas que indican los apartados principales de la propuesta.

Actividades

Problemas que involucran funciones de proporcionalidad inversa en diferentes contextos

Actividad 1

Problema 1

En la confitería La Unión fabricaron 120 bombones para vender el domingo. Quieren

Actividad anterior

Actividad siguiente

Pie de página



Volver a vista anterior

Al clicar regresa a la última página vista.



Ícono que permite imprimir.



7



Folio, con flechas interactivas que llevan a la página anterior y a la página posterior.

Itinerario de actividades

Actividad 1

Problemas que involucran funciones de proporcionalidad inversa en diferentes contextos

Estudiar problemas contextualizados de relaciones de

Organizador interactivo que presenta la secuencia completa de actividades.

Actividad anterior

Botón que lleva a la actividad anterior.

Actividad siguiente

Botón que lleva a la actividad siguiente.



Sistema que señala la posición de la actividad en la secuencia.

Íconos y enlaces

- 1 Símbolo que indica una cita o nota aclaratoria. Al clicar se abre un *pop-up* con el texto:

Ovidescim repti ipita voluptis audi iducit ut qui adis moluptur? Quia poria dusam serspero voloris quas quid moluptur?Luptat. Upti cumAgnimustrum est ut

Los números indican las referencias de notas al final del documento.

El color azul y el subrayado indican un [vínculo](#) a la web o a un documento externo.



“Título del texto, de la actividad o del anexo”

Indica enlace a un texto, una actividad o un anexo.



Indica apartados con orientaciones para la evaluación.

Índice interactivo



Introducción



Contenidos y objetivos de aprendizaje



Itinerario de actividades



Orientaciones didácticas y actividades



Orientaciones para la evaluación



Bibliografía

Introducción

La siguiente secuencia está pensada para avanzar en el estudio de las funciones de proporcionalidad inversa. Se espera que, a la hora de resolver las actividades planteadas, los y las estudiantes hayan tenido algún contacto con la lectura de gráficos cartesianos y la oportunidad de reflexionar acerca de algunas nociones relacionadas con la proporcionalidad y con el concepto de función, tales como dependencia, variación, variable dependiente e independiente. No se pretende que estos conceptos estén completamente afianzados, porque se continuarán abordando y consolidando durante la secuencia y, seguramente, durante todo el aprendizaje futuro en torno a las distintas familias de funciones, eje articulador del trabajo matemático en la escuela secundaria.

Se propone un trabajo que se apoye sobre los conocimientos de las y los estudiantes acerca de las relaciones de proporcionalidad, y que, a la vez, posibilite un avance en relación con el análisis y la construcción tanto de tablas como de gráficos y fórmulas de funciones de proporcionalidad inversa. La complejidad que implica la construcción de un entretrejido de relaciones entre los registros de representación propicia una progresiva conceptualización de las funciones de proporcionalidad inversa y sus características.

Debido al nivel de dificultad que involucra el estudio de este tipo de funciones, se optó por abordar problemas cuyo contexto puede funcionar como soporte para la argumentación y no involucren el trabajo con números negativos. Como las funciones de proporcionalidad inversa son un caso particular de las funciones homográficas, se espera que las y los estudiantes tengan oportunidad de avanzar hacia un trabajo descontextualizado con este tipo de funciones a lo largo de la escuela secundaria.

Por otro lado, este material brindará una nueva oportunidad para revisar cuestiones vinculadas con algunas relaciones numéricas y con el cálculo, especialmente en el conjunto de los números racionales. En particular, los y las estudiantes deberán abordar situaciones en las que se requiere el cálculo de dobles y mitades, de triples y terceras partes, entre otras.

En la primera actividad, se proponen diferentes problemas contextualizados a partir de distintos registros de representación. El foco está puesto en el avance progresivo hacia la construcción y el



Lectura e interpretación de gráficos cartesianos



Relaciones de proporcionalidad directa

análisis de tablas, fórmulas y gráficos de funciones de proporcionalidad inversa. De este modo, el tipo de tareas y las formas de ofrecer la información acompañarán este avance.

En la segunda actividad, se ofrecen dos problemas de síntesis con el objeto de explicitar ciertas ideas y conceptos que serán la base para avanzar en la construcción de nuevos conocimientos acerca de las funciones de proporcionalidad inversa.

Con respecto a todas las situaciones problemáticas que se plantean, se muestran algunas estrategias, a modo orientativo, que los y las estudiantes podrían desplegar. En la realidad del aula, es probable que estas ideas no siempre tengan las mismas características, o que aparezcan a partir de actividades similares a las presentadas aquí. Con estas anticipaciones, no se aspira a prever todo lo que sucederá efectivamente en la clase, sino a colaborar con la apropiación de un repertorio de criterios y propósitos que sirvan de ayuda en la selección de una intervención adecuada, para ajustarse al diálogo específico que se produzca con los y las estudiantes.

Los problemas presentados en este documento tienen la intención de involucrar al grupo de estudiantes en una actividad de producción matemática. Esto es, se busca que, con la intervención docente, puedan ensayar, equivocarse, desarrollar diferentes resoluciones, analizar estrategias desplegadas por sus compañeros y tomar una posición argumentada frente a ellas. Este tipo de trabajo matemático resulta enriquecedor, pero también complejo, por lo que no se espera que se logre de un día para el otro, ni con la realización de una única secuencia. Es decir, no se espera que las y los estudiantes encuentren en un primer intento las estrategias para resolver correctamente las actividades, ni que expresen las relaciones en los términos descriptos en este documento. Sobre la base de sus intentos y de los intercambios colectivos, la o el docente puede enseñar una estrategia posible y, luego, dar la oportunidad de que la reutilicen, desarrollen o transformen para otros casos.

Por otro lado, desde el enfoque didáctico que sostiene esta propuesta, se entiende que los enunciados presentan una complejidad particular, en tanto aluden a situaciones problemáticas nuevas para las y los estudiantes. En este sentido, se espera que dichos enunciados puedan ser discutidos y consensuados en el colectivo de la clase, junto con el o la docente a cargo.

Contenidos y objetivos de aprendizaje

En esta propuesta, se seleccionaron los siguientes contenidos y objetivos de aprendizaje del espacio curricular de Matemática para segundo año de la NES:

Ejes/Contenidos	Objetivos de aprendizaje	Capacidades
<p>Funciones y Álgebra <i>Función de proporcionalidad inversa.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> Problemas que se modelizan con funciones de proporcionalidad inversa. 	<ul style="list-style-type: none"> Resolver problemas que se modelizan por medio de la función de proporcionalidad inversa. Avanzar en el trabajo con fórmulas y gráficos. Iniciar una exploración de la idea de asíntota considerando un dominio apropiado de definición. Valorar el intercambio entre pares como promotor del establecimiento de relaciones matemáticas y del establecimiento de la validez de los resultados y propiedades elaboradas. 	<ul style="list-style-type: none"> Resolución de problemas.

Itinerario de actividades



Actividad 1

Problemas que involucran funciones de proporcionalidad inversa en diferentes contextos

Estudiar problemas contextualizados de relaciones de proporcionalidad inversa, haciendo énfasis en la relación entre distintos registros de representación: tablas, gráficos y fórmulas.

1



Actividad 2

Problemas de síntesis

Analizar y reflexionar sobre el trabajo realizado a lo largo de la secuencia.

2

Orientaciones didácticas y actividades

A continuación, se presentan las actividades sugeridas para el grupo de estudiantes, acompañadas de orientaciones para los y las docentes. En cuanto a la implementación de las actividades, se pueden trabajar individualmente, en parejas o en pequeños grupos. Además, en los momentos que la o el docente lo crea necesario, se podrá intervenir para desarrollar una discusión colectiva.

Actividad 1. Problemas que involucran funciones de proporcionalidad inversa en diferentes contextos

Se abordan problemas contextualizados de relaciones de proporcionalidad inversa, haciendo énfasis en la relación entre los distintos registros de representación: tablas, gráficos y fórmulas.

Problemas que involucran funciones de proporcionalidad inversa en diferentes contextos

Actividad 1

Problema 1

En la confitería La Unión fabricaron 120 bombones para vender el domingo. Quieren colocarlos todos en varias cajas con igual cantidad de bombones.

- a. En los casos que sea posible, completen la tabla que relaciona la cantidad de bombones por caja con la cantidad de cajas necesarias. En las columnas en blanco, agreguen otras posibilidades.

Cantidad de bombones en cada caja	4	6	8	10	12	24	25	30		
Cantidad de cajas										

- b. ¿Es posible escribir todos los pares (cantidad de bombones por caja; cantidad de cajas) que se pueden armar? Si responden que sí, hagan una lista con todos los pares. Si responden que no, expliquen por qué no es posible.

Problema 2

En una fábrica de bebidas, se elaboró un nuevo producto (jugo natural de naranjas) y se quiere analizar en qué tamaño de envase conviene venderlo. Toda la producción diaria se reparte en envases iguales y en cada uno se coloca la misma cantidad de jugo.

- a. Completen la siguiente tabla para que muestre cuántos envases se precisan por día según la capacidad de cada uno de ellos.

Capacidad de cada envase (en litros)	10	5		3	1,5	1		$\frac{1}{2}$	
Cantidad de envases		6	15				40		120

- b. ¿Cuántos litros de jugo natural por día prepara esta fábrica? Expliquen cómo obtuvieron ese valor.
- c. ¿Es posible escribir todos los pares (capacidad de cada envase, cantidad de envases) que se pueden armar? Si responden que sí, hagan una lista con todos los pares. Si responden que no, expliquen por qué no es posible.

Problema 3

Para el último día de clases de segundo año, se organiza una excursión. Para ello, se contrata un micro, con capacidad de hasta 40 personas con un costo fijo de \$6000, que se reparte en partes iguales por la cantidad de pasajeros.

- a. Si se completa la capacidad del micro, ¿cuánto paga cada estudiante?
- b. Si viajan 20 personas, ¿cuánto debe abonar cada pasajero? ¿Y si viajan 32?
- c. La relación entre el precio del viaje y la cantidad de estudiantes que asisten ¿es una relación de proporcionalidad inversa? Si responden que sí, ¿cuál es la constante de proporcionalidad? Si responden que no, expliquen por qué.
- d. Decidan cuál o cuáles de las siguientes fórmulas permiten calcular el precio p (en \$) que paga cada estudiante que viaja, si viajan una cantidad e de estudiantes. Expliquen todas las respuestas.

1. $p = 6000 \cdot e$

2. $p = \frac{6000}{e}$

3. $p \cdot e = 6000$

4. $p = \frac{6000}{e}$

Problema 4

Consideren los rectángulos que tienen 70 cm^2 de área.

- ¿Cuáles podrían ser las medidas de sus lados? Escriban algunas posibilidades. ¿Cuántas hay?
- Completen la siguiente tabla con los distintos valores que deben tener la base y la altura. En las columnas en blanco, agreguen otras posibilidades.

Base (en cm)	10		20				
Altura (en cm)		5		2,5			

- Escriban la fórmula de una función que permita calcular la medida de la altura (en cm), a partir de la medida de la base (en cm) de todos los rectángulos posibles.
- Decidan cuál o cuáles de los siguientes gráficos pueden corresponder a la función estudiada en las consignas anteriores.

Gráfico 1

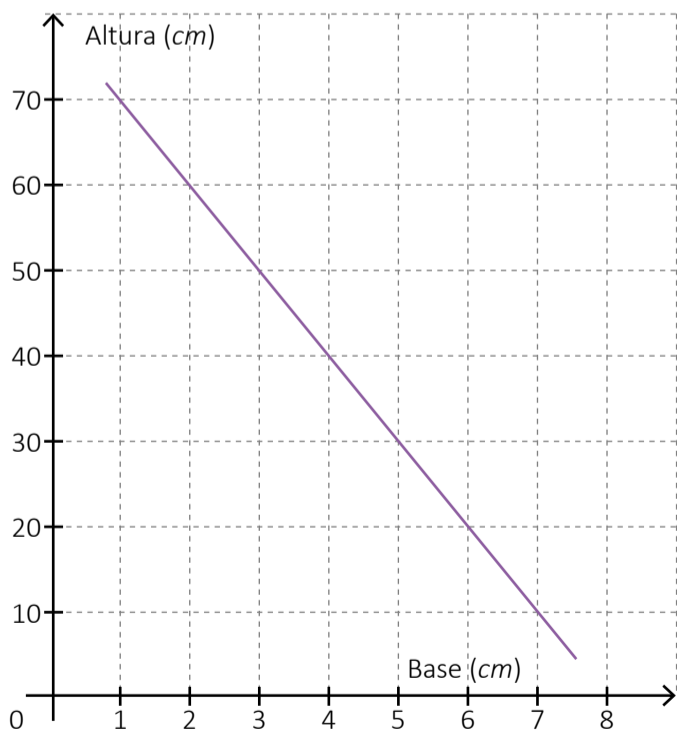


Gráfico 2

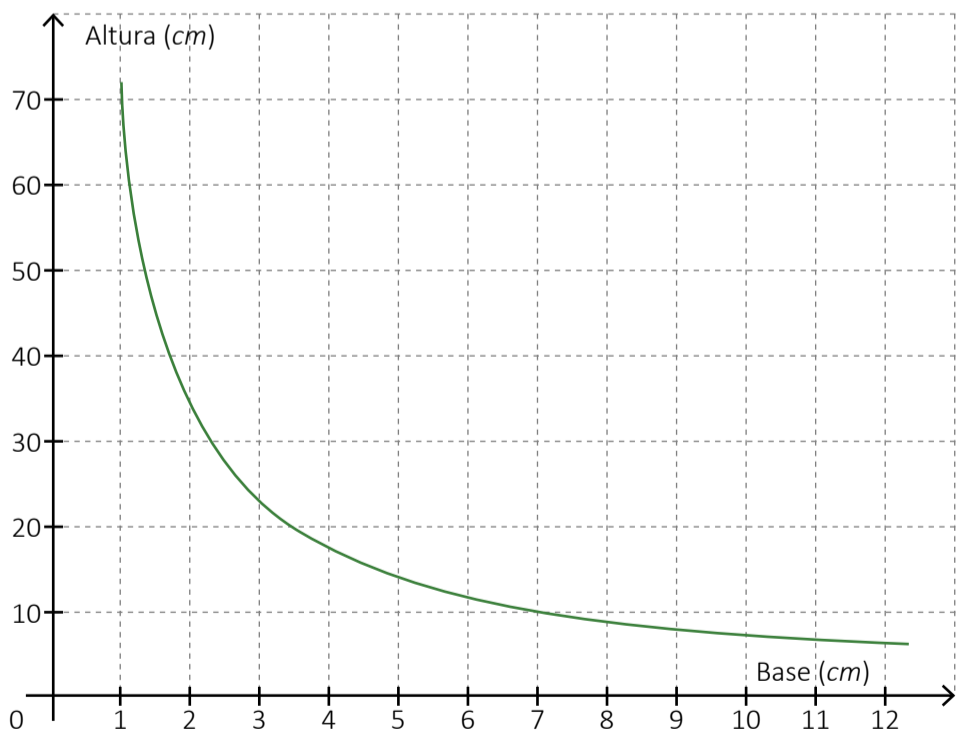




Gráfico 3

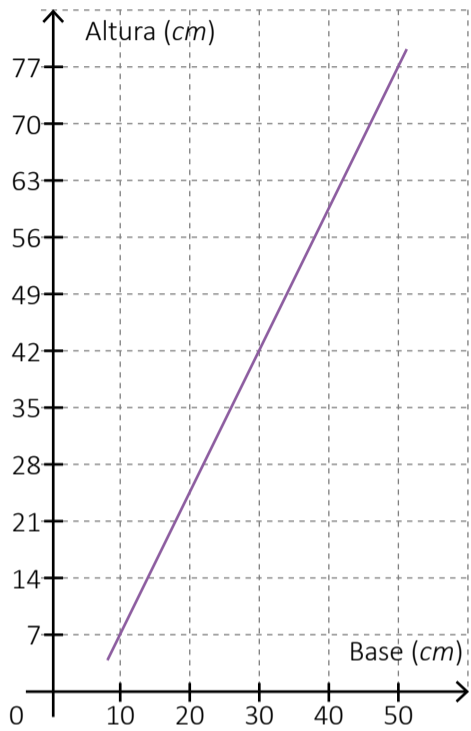
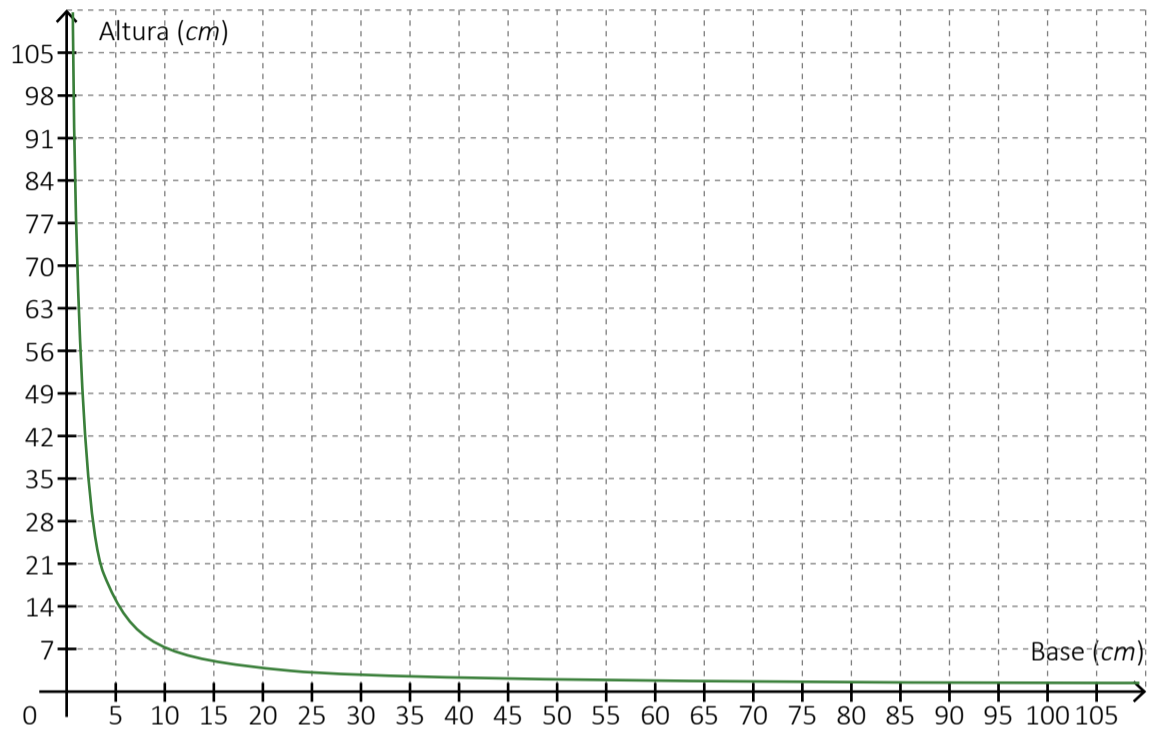


Gráfico 4

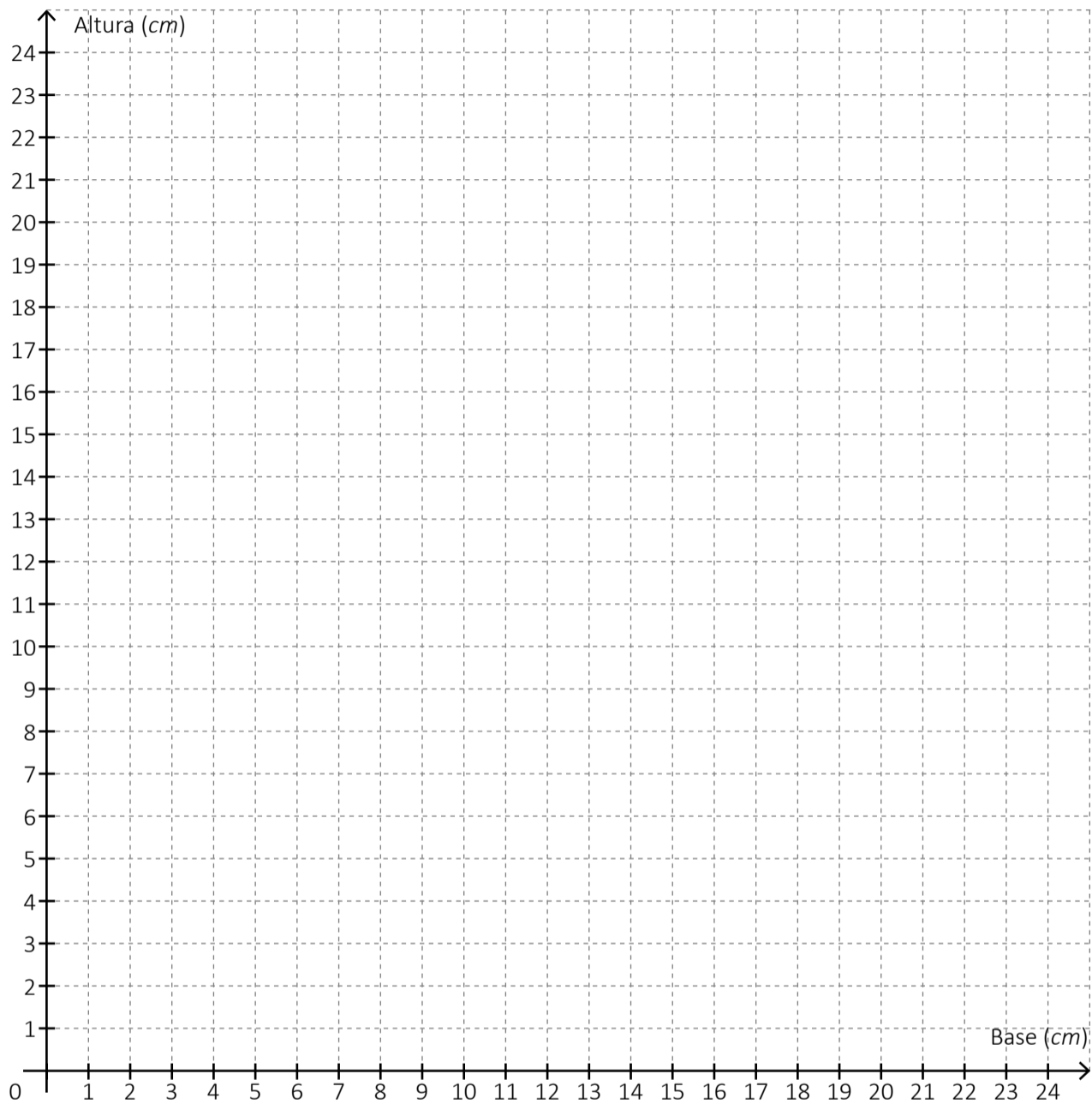


- e. Para cada una de las siguientes afirmaciones, decidan si son verdaderas o falsas y expliquen por qué.
- A medida que aumenta la medida de la altura del rectángulo, también aumenta la medida de su base.
 - El gráfico de esta relación de proporcionalidad inversa no interseca el eje vertical.
 - No es posible construir un rectángulo de 70 cm^2 de área cuya base mida 30 cm.

Problema 5

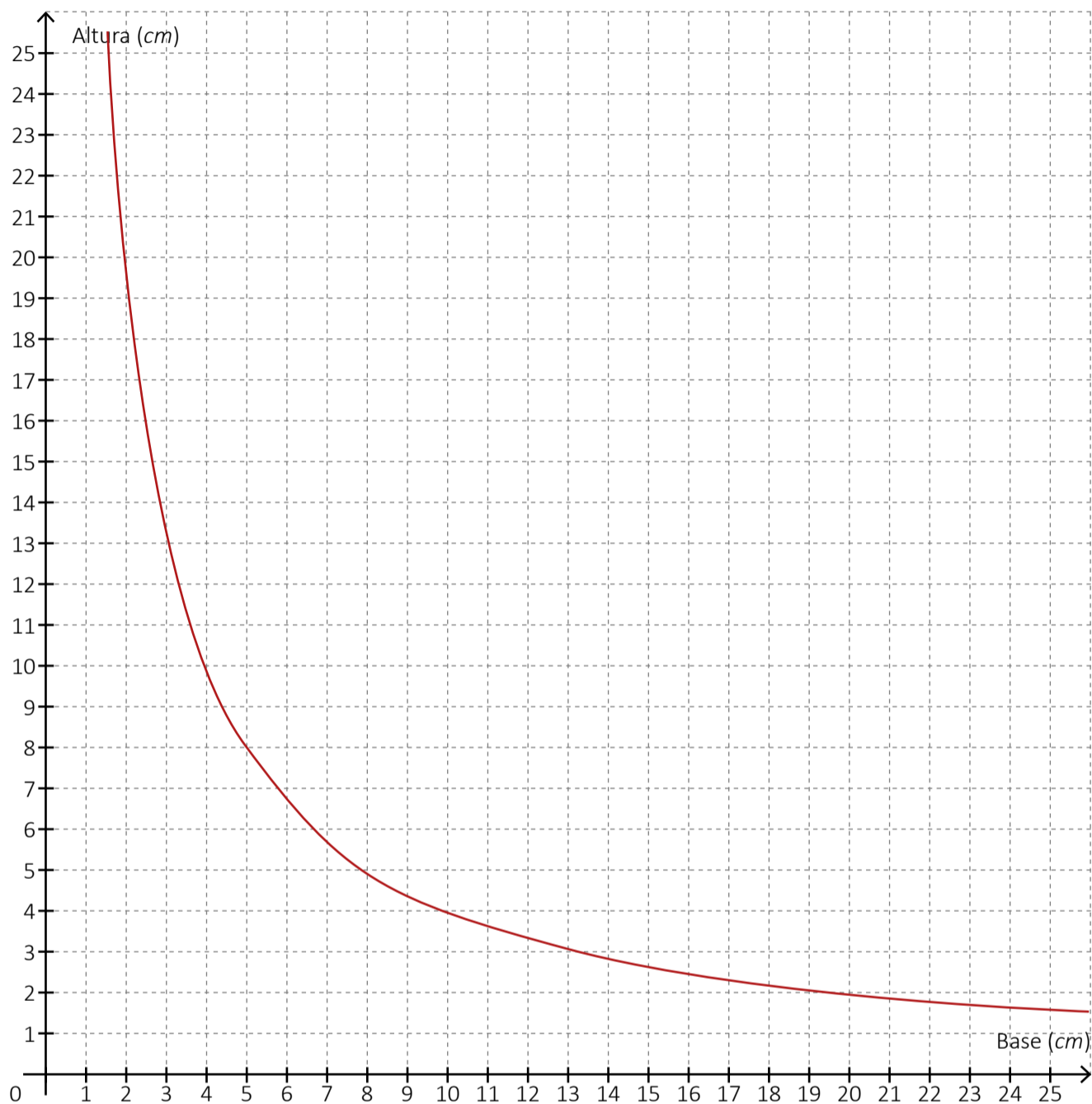
La siguiente fórmula permite calcular la medida de la altura A (en cm) de distintos rectángulos que tienen todos la misma área, a partir de la medida de su base b (en cm): $A(b) = \frac{24}{b}$

- ¿Cuánto mide la altura de uno de estos rectángulos si se sabe que su base mide 8 cm? ¿Y si la base mide 6 cm?
- Escriban tres pares de (medida de la base; medida de la altura) de otros rectángulos que tengan la misma área.
- ¿Cuál es el área de todos estos rectángulos?
- En un gráfico cartesiano, representen la función $A(b)$.



Problema 6

El siguiente gráfico muestra la medida de la altura (en cm) de distintos rectángulos de área constante en función de la medida de la base (en cm).



A continuación, respondan las siguientes consignas:

- ¿Cuánto mide la altura de uno de estos rectángulos si se sabe que su base es de 2 cm? ¿Y si la base es de 8 cm? Si es posible, marquen en el gráfico dado los puntos que representan a estos rectángulos.
- ¿Cuánto mide el área de cada uno de estos rectángulos?
- ¿Cuánto mide la altura si la base del rectángulo es de 0,5 cm? ¿Y si la base es de 160 cm? Si es posible, marquen en el gráfico dado los puntos que representan la medida de la base y de la altura de estos rectángulos.
- ¿Cuál es el máximo valor que podría tener la medida de la base de uno de estos rectángulos? Expliquen su respuesta.

- e. Escriban una fórmula de la función que permite calcular la medida de la altura A (en cm), a partir de la medida de la base b (en cm) de todos estos rectángulos.

Actividad
siguiente



Comentarios didácticos del Problema 1

En el primer problema, se propone un contexto –con números naturales– de manera tal que los y las estudiantes tengan un primer acercamiento a una relación de proporcionalidad inversa.

Se ofrece una tabla para completar que permite explorar distintos pares (cantidad de bombones por caja; cantidad de cajas).

Para completar el valor desconocido de estos pares, es posible utilizar en cada caso el total dado como dato (120 bombones) y, considerando cada par de valores como un caso particular, obtener la cantidad de cajas dividiendo el total por la cantidad de bombones por caja.

Por otro lado, también es posible mirar la tabla como un conjunto de datos que guardan cierta relación entre sí, y usar esta relación para obtener algunos valores a partir de otros. Por ejemplo: si ya se calculó que para colocar 4 bombones por caja se necesitan 30 cajas, se puede deducir que si se coloca el doble de bombones en cada caja (8 bombones) se necesitará la mitad de las cajas (15 cajas). Será interesante discutir que hay diferentes maneras de obtener cada valor, y desplegarlas en una puesta en común. Las distintas formas de resolución que las y los estudiantes vayan encontrando propiciarán la explicitación de las propiedades de la relación de proporcionalidad inversa que se busca introducir. Es decir, la condición general de que si aumenta la cantidad de bombones por caja, la cantidad de cajas se debe reducir en una proporción inversa. Cabe mencionar que los y las estudiantes podrían utilizar estas propiedades, apoyándose en las condiciones del contexto, aun sin conocer formalmente las relaciones de proporcionalidad inversa y sus propiedades.

Los números de la tabla fueron elegidos con dos criterios: por un lado, que permitan desplegar el cálculo mental, dado que se trata de repartir en partes iguales los 120 bombones, y, por otro, que se propicie la puesta en juego de las propiedades de las relaciones de proporcionalidad inversa: es



Problema 1

decir, se intenta invitarlos a utilizar dobles, triples, mitades, terceras partes, etc., en cálculos numéricos relativamente sencillos.

Las dos columnas vacías de la tabla invitan a las y los estudiantes a encontrar otros pares de números que verifiquen la relación de proporcionalidad inversa planteada. En una discusión colectiva, será interesante señalar que pueden existir tablas con diferentes pares de valores que verifican la misma relación estudiada. Luego de resolver este problema, se podrá establecer que si dos magnitudes se relacionan de manera tal que al doble de una cantidad le corresponde la mitad de la otra, y al triple de una cantidad le corresponde la tercera parte de la otra, estas magnitudes se relacionan de manera inversamente proporcional.

Comentarios didácticos del Problema 2

En el problema 2, se propone un nuevo contexto que relaciona números racionales con números naturales. En este caso, no se indica el valor de la constante de proporcionalidad inversa con la intención de que sean las y los estudiantes quienes deban calcularla.

Para responder a la consigna **a**, podrán poner en juego las propiedades estudiadas en el problema anterior. Por ejemplo, como se muestra en la siguiente tabla:

Capacidad de cada envase (en litros)	10	5	2	3	1,5
Cantidad de envases	3	6	15	10	20

Diagramas de relaciones entre columnas:

- Entre 10 y 5 litros: $\cdot 2$ (de 10 a 5) y $: 5$ (de 5 a 10)
- Entre 5 y 2 litros: $\cdot 2$ (de 5 a 2) y $: 2$ (de 2 a 5)
- Entre 3 y 1,5 litros: $\cdot 2$ (de 3 a 1,5) y $: 2$ (de 1,5 a 3)
- Entre 3 y 10 envases: $\cdot 5$ (de 3 a 10) y $: 2$ (de 10 a 3)
- Entre 10 y 20 envases: $\cdot 2$ (de 10 a 20) y $: 2$ (de 20 a 10)

Las últimas columnas de la tabla pueden servir como punto de apoyo para trabajar con dobles y mitades de números racionales. Por ejemplo, a partir del par (1,5 litros; 20 envases), se podrá determinar que, si el envase tiene la mitad de esa capacidad (0,75 litros), la cantidad necesaria de envases será el doble ($20 \cdot 2 = 40$).

Con la consigna **b**, se espera que las y los estudiantes puedan determinar la constante de proporcionalidad inversa (30), poniendo el foco en que, si se multiplican los valores correspondientes de cada magnitud, se obtiene siempre el mismo número. Este puede ser un punto de partida para escribir algún tipo de generalización que podría ser una fórmula como:



Problema 2

$$\text{Capacidad de un envase} \cdot \text{Cantidad de envases} = 30$$

A partir de este trabajo, se podrá definir la constante de proporcionalidad inversa como el producto entre ambas magnitudes.

En la consigna **c**, una vez que se ha determinado la constante, podrán encontrar otros pares (capacidad de cada envase; cantidad de envases) que verifiquen la relación planteada en el problema. Si bien matemáticamente existen infinitos pares de valores, en la práctica las soluciones estarían condicionadas, porque los tamaños que pueden tener los recipientes son limitados y la cantidad de envases debe ser un número natural.

Comentarios didácticos del Problema 3

En el problema 3, se comenzará a estudiar la función de proporcionalidad inversa a partir de reconocer el modo en que se relacionan las variables mediante una fórmula. Las primeras preguntas apuntan a reutilizar las propiedades ya estudiadas. En cada caso, podrán establecer el monto que debe abonar cada pasajero dividiendo el monto total por la cantidad de pasajeros que viaja. Para el caso del 20, también podrían utilizar la propiedad “a la mitad le corresponde el doble”. Sin embargo, para calcular el precio que abonará cada uno de los 32 pasajeros, se requiere apelar a la división.

En la consigna **c**, se retoma lo trabajado en los problemas anteriores para reconocer que esta relación es de proporcionalidad inversa, y es posible que las y los estudiantes utilicen ejemplos para responder esta pregunta. En el espacio colectivo, esto será un punto de apoyo para traccionar hacia argumentos más generales. Por ejemplo: siempre que se multiplique la cantidad de estudiantes que viajan por el precio de cada pasaje, se obtiene el precio total de la excursión, y este es un valor constante. A partir de esto último, se propone reconocer el significado de la constante de proporcionalidad inversa en esta situación.

La consigna **d** apunta a iniciar el trabajo con expresiones algebraicas que pueden representar este tipo de relaciones y, a partir de allí, comenzar a definir la función de proporcionalidad inversa. De las fórmulas propuestas, la segunda y la tercera son equivalentes, pero la expresión de la opción **2)** posibilita un acercamiento a la fórmula de la función y al reconocimiento de la relación entre las variables dependiente e independiente. Es probable que los y las estudiantes puedan reconocerla como válida, ya que representa un procedimiento para calcular el precio, conociendo la cantidad de pasajeros que viajan.



Problema 3

Además, es posible que descarten la primera y la última opción argumentando que corresponden a una situación de proporcionalidad directa o que aparece invertido el orden de la división, respectivamente.

A partir del trabajo realizado con este problema, se podrá avanzar hacia una posible definición de las funciones de proporcionalidad inversa, como aquellas en las cuales, al multiplicar cada valor de la variable independiente con su valor correspondiente a la variable dependiente, se obtiene un resultado constante. Esto tiene como consecuencia que las fórmulas de estas funciones son del tipo $f(x) = \frac{k}{x}$. En los problemas siguientes, se pondrá el foco, entre otras cosas, en el estudio del dominio de estas funciones y en el análisis del caso particular del cero.

Comentarios didácticos del Problema 4

El problema 4 propone un contexto que requiere trabajar con números racionales en ambas variables. La consigna **a** habilita la reutilización de estrategias desplegadas en los problemas anteriores y plantea la discusión sobre la cantidad de soluciones para diferenciar esta situación de aquellos casos en los que las variables son discretas.

En la consigna **b**, las columnas vacías admiten distintos valores, lo que permite poner en discusión la posibilidad de completar la tabla de infinitas formas.

En la consigna **c**, se propone, por primera vez, la producción de una fórmula. En la elaboración de esta, podrían aparecer variantes con mayor o menor grado de formalidad. Por ejemplo:

- diferentes letras para “nombrar” partes de la fórmula,
- armar un texto a modo de instructivo,
- expresiones que combinen letras con palabras.

El docente podrá tomarlas como punto de partida para llegar a expresiones del tipo: $A(b) = \frac{70}{b}$.

Además, en el espacio colectivo, será interesante discutir por qué esa función representa una relación de proporcionalidad inversa y determinar cuál es la constante de proporcionalidad.

En la consigna **d**, aparece por primera vez el gráfico de una función de este tipo. El gráfico 1 tiene puntos $-(1; 70)$ y $(7; 10)$ – que verifican la relación; sin embargo, es posible descartarlo a partir del análisis de valores intermedios. El gráfico 3 se descarta por ser creciente. En este caso, el contexto proporciona



argumentos, ya que en el problema estudiado, cuando se aumenta la base, la altura se debe disminuir para que el área siga siendo la misma. En los dos gráficos correctos –el 2 y el 4–, pueden encontrar valores que verifican la relación. Además, en el gráfico 4, se puede observar que la curva se acerca a los ejes cartesianos. Esto dará lugar a la discusión sobre las intersecciones con los ejes y el dominio de la función. En el espacio colectivo, el docente podrá preguntar sobre algún punto determinado, por ejemplo: “¿Es cierto que para 105 cm de la altura la base es 0?”. Este tipo de discusiones permitirá a los y las estudiantes aproximarse a la idea de que el gráfico nunca tocará los ejes, a partir de argumentos apoyados tanto en el contexto como en la fórmula. Es decir, para este contexto, no tiene sentido considerar rectángulos de base o altura 0 (cero), y para el caso de la fórmula, no es posible dividir por 0 (cero).

La consigna **e** pone nuevamente en discusión la relación entre las variables. En la primera afirmación, los y las estudiantes podrán analizar que, al aumentar la base, disminuye la altura (para que el área se mantenga constante), y viceversa. Además, la discusión colectiva puede ser un momento propicio para volver sobre los problemas anteriores y observar que en todos los casos, a medida que aumenta una de las variables, necesariamente la otra disminuye.

Por otro lado, con la segunda afirmación se busca generar una instancia en la que se retome el estudio del dominio de la función a partir del gráfico en el contexto del problema.

Asimismo, la tercera afirmación apunta a la discusión acerca de los valores que puede tomar la variable independiente, en este caso, relacionada con la continuidad de la variable.

Comentarios didácticos del Problema 5

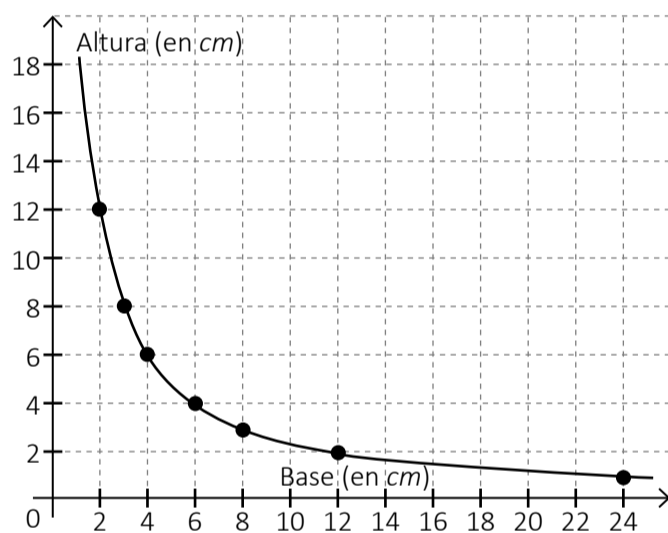
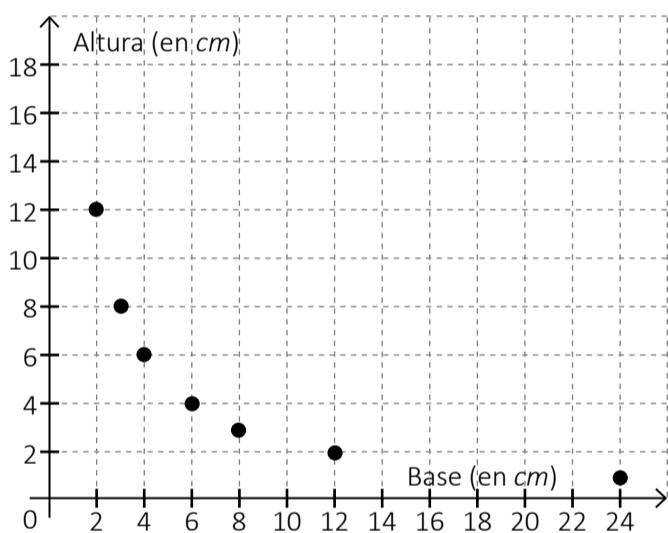
En el problema 5, a diferencia de los anteriores, los datos se presentan a partir de una fórmula. En las consignas **a** y **b**, se busca que las y los estudiantes puedan poner en funcionamiento esa fórmula para calcular la medida de la altura a partir de diferentes valores de la base. En este caso, durante la discusión colectiva, será interesante registrar los diferentes pares (medida de la base; medida de la altura) en una tabla para concluir que si el par (8; 3) está en la tabla, también lo estará el par (3; 8).

Por otro lado, la consigna **c** tiene por objetivo poner el foco en la constante de proporcionalidad inversa y su significado en este problema: representa el área de todos los rectángulos considerados en esta situación. Este será un momento oportuno para volver sobre la idea de que, si se multiplican los valores de las variables correspondientes entre sí, siempre se obtendrá el mismo número.

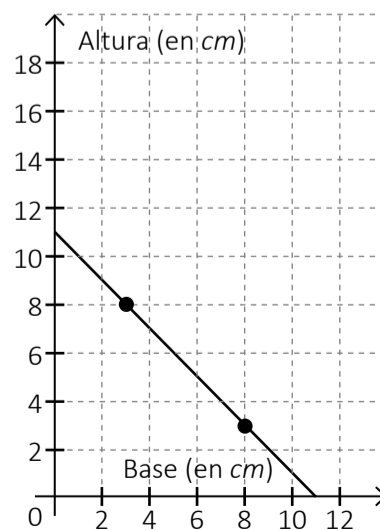
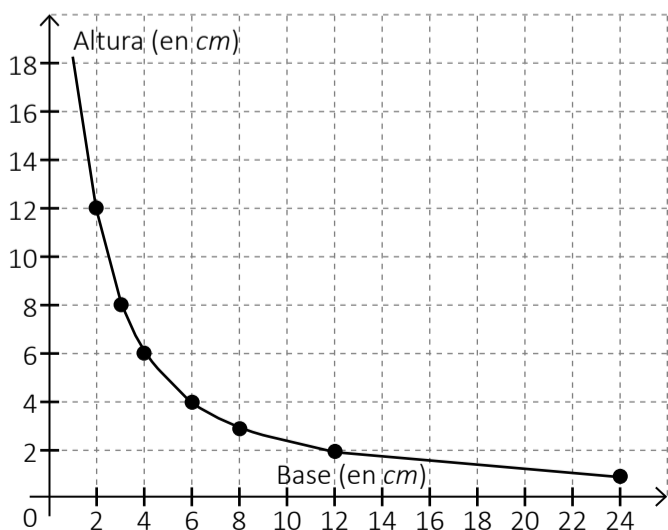


En la última consigna, el grupo de estudiantes se enfrentará, por primera vez, a la tarea de construir un gráfico cartesiano de una función de proporcionalidad inversa. Además, será una nueva oportunidad para revisar algunas nociones y convenciones vinculadas a los gráficos cartesianos de funciones. Podría suceder que, en el trabajo de la clase, aparecieran gráficos –correctos o parcialmente correctos– como los que se muestran a continuación:

- Es posible que ubiquen únicamente los puntos correspondientes a valores enteros de las variables. En este caso, se les podría preguntar, por ejemplo, si existe un rectángulo cuya base mida 3,5 cm.
- Otra posibilidad, como se muestra en este gráfico, es que ubiquen los puntos en la cuadrícula y luego los unan, de manera aproximada, en forma de curva.



- Otra opción es que ubiquen los puntos como en el primer gráfico pero que los unan con segmentos rectos. Se podrían analizar los valores intermedios para comprobar que no pertenecen al gráfico, dado que no verifican la fórmula de la función.
- Es posible, también, que ubiquen dos puntos del gráfico que conozcan y tracen una línea recta. En este caso, se puede proponer que confronten el gráfico con otros pares de valores del problema que permitan descartarlo.



Al finalizar la discusión colectiva de la consigna **d**, será un momento oportuno para volver a pensar por qué el cero no es un valor posible para la base ni para la altura (y cómo se ve reflejado en el gráfico).

Comentarios didácticos del Problema 6

Para finalizar esta actividad, se propone un problema en el que los datos de la situación vienen dados a partir de un gráfico. De esta forma, la consigna **a** tiene por objetivo que los y las estudiantes puedan leer información de él. En este caso, la pregunta pone el foco en valores legibles según la escala y la cuadrícula elegidas.

A continuación, para responder la consigna **b** no alcanzará con una lectura directa del gráfico, sino que es necesario interpretar la relación entre las variables en el contexto del problema. Es decir, a partir de alguno de los puntos $(-2; 20), (5; 8), (8; 5), (10; 4)$, entre otros, se podrá concluir que el área (40) se puede obtener al multiplicar entre sí las coordenadas de cualquiera de los puntos.

Luego, en la consigna **c**, se pregunta por valores que no se pueden leer en el gráfico por el recorte elegido. En este caso, podrían apoyarse en algún punto conocido y trabajar a partir de las propiedades estudiadas. Por ejemplo: si la base mide 2 cm, la altura es de 20 cm. Entonces, cuando la base mida 0,5 cm (la cuarta parte de 2), la altura será 80 cm (el cuádruple de 20).

En la consigna **d**, se busca que las y los estudiantes puedan identificar que la medida de la base puede aumentar indefinidamente $-y$, en ese caso, la altura tendrá valores cada vez más cercanos al cero, pero no podrá valer cero, porque no existiría el rectángulo. De manera análoga, se puede analizar que, para conservar el área, si se disminuye la medida de la base del rectángulo, será la altura la que aumente de manera inversamente proporcional.

En la última consigna, los y las estudiantes se enfrentan de nuevo a la tarea de producir una fórmula, pero, en este caso, a partir de los datos ofrecidos en el gráfico.

En el espacio colectivo, se podrían retomar las ideas trabajadas en las consignas anteriores para analizar cómo se ven reflejadas en la fórmula. Algunas preguntas que puede orientar este trabajo son:

- ¿Qué significado tiene en este problema el 40?
- ¿Cómo nos podemos dar cuenta desde la fórmula que la base no puede ser cero?
- ¿Cómo nos permite la fórmula hallar aquellos valores que no se podrían leer en el gráfico?



Problema 6

Actividad 2. Problemas de síntesis

Con esta actividad, se espera que las y los estudiantes puedan analizar y reflexionar sobre el trabajo realizado a lo largo de esta secuencia.

Problemas de síntesis

Actividad 2

Problema 1

- a. Revisen el trabajo realizado en los problemas de la actividad 1, "Problemas que involucran funciones de proporcionalidad inversa en diferentes contextos". Cada uno de ellos involucra una función de proporcionalidad inversa. Completen la siguiente tabla a modo de resumen de esas relaciones de proporcionalidad:



Problemas que involucran funciones de proporcionalidad inversa en diferentes contextos

	Variable independiente	Variable dependiente	Constante de proporcionalidad inversa	Fórmula
Problema 1				
Problema 2				
Problema 3				
Problema 4				
Problema 5				
Problema 6				

- b. Realicen los gráficos cartesianos que corresponden a las funciones de proporcionalidad inversa estudiadas en los problemas 1, 2 y 3 de la actividad 1, "Problemas que involucran funciones de proporcionalidad inversa en diferentes contextos".

Problema 2

A continuación, encontrarán diferentes afirmaciones que se refieren a las funciones de proporcionalidad inversa. Para cada una de ellas, decidan si se cumplen siempre, a veces o nunca y, en sus carpetas, expliquen por qué.

Afirmación	Siempre	A veces	Nunca
a. El producto entre los valores que se corresponden de las variables es constante.			
b. Los gráficos están formados por puntos separados.			
c. Los gráficos se intersecan con los ejes coordenados.			
d. Las fórmulas son de la forma $f(x) = k \cdot x$, donde k es una constante.			



Problema 1



Problema 2



Problema 3

← Actividad anterior

Comentarios didácticos del Problema 1

La consigna **a** de este problema tiene como propósito retomar las situaciones estudiadas y, a través de un cuadro comparativo, resumir las características de las relaciones de proporcionalidad inversa trabajadas, poniendo el foco en las variables, la constante de proporcionalidad y la escritura de las fórmulas.

A continuación, se muestra una forma posible de completar la primera fila:



Problema 1

	Variable independiente	Variable dependiente	Constante de proporcionalidad inversa	Fórmula
Problema 1	Cantidad de bombones (B)	Cantidad de cajas (C)	120	$C = \frac{120}{B}$

En la consigna **b**, se pide que confeccionen los gráficos que aún no han realizado. En un espacio de discusión colectiva, será interesante poder analizar y explicitar cuestiones generales de todos los gráficos. Por ejemplo, que ninguno interseca a los ejes coordenados, que todos son decrecientes, que no son rectas, que algunos están formados por puntos “separados” y otros, por líneas continuas, entre otras. Resultará interesante, además, vincular estas características con explicaciones y argumentos apoyados en los distintos contextos.

Comentarios didácticos del Problema 2

Este segundo problema tiene la intención de retomar algunas características generales que presentan las funciones de proporcionalidad inversa y que estuvieron en cuestión en las diferentes situaciones analizadas.

En particular, la consigna **a** busca presentar una nueva oportunidad para revisar la idea de constante de proporcionalidad y una estrategia particular para calcularla. En cuanto a las consignas **b** y **c**, se pretende retomar algunas características estudiadas para los gráficos cartesianos. Por último, la consigna **d** tiene como objetivo poner el foco en la fórmula y revisar sus particularidades.



Problema 2

Orientaciones para la evaluación

Como se mencionó en la introducción, este material presenta una posible secuencia para avanzar en el estudio de las relaciones de proporcionalidad; en particular, para trabajar sobre las funciones de proporcionalidad inversa. De esta manera, las sucesivas discusiones en los espacios de trabajo colectivo de la clase cargan de nuevos sentidos esos conocimientos e ideas y habilitan la construcción de otros. Así, será un trabajo progresivo en el que los y las estudiantes –con el sostén de las intervenciones docentes– irán enriqueciendo y fortaleciendo el entretejido de conocimientos matemáticos en relación con este tema.



En ese sentido, algunos indicadores de avance en los saberes que las y los estudiantes han construido, fruto del trabajo con los problemas planteados, podrían ser:

- La progresiva identificación de procedimientos erróneos e incompletos.
- La identificación de procedimientos adecuados, y su reutilización y adaptación para la resolución de nuevas situaciones.
- La progresiva apropiación de las funciones de proporcionalidad inversa, sus diferentes representaciones y sus propiedades puestas en juego en la resolución de problemas.
- La progresiva apropiación de herramientas para la confección, utilización e interpretación de los diferentes registros de representación, así como el análisis de la información que porta cada uno de ellos. En particular, en la construcción de tablas y gráficos, y en la escritura de posibles fórmulas.
- La formulación de conjeturas –en relación con las funciones de proporcionalidad inversa– que paulatinamente tengan un mayor grado de generalidad, avanzando desde el análisis de casos particulares a la elaboración de argumentos que sostienen ciertas generalizaciones.

Bibliografía

- Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires (2005a). [Matemática, fracciones y números decimales, 6° grado](#). Buenos Aires: Secretaría de Educación.
- (2005b). [La Proporcionalidad](#). Programa “Maestros y profesores enseñando y aprendiendo”. Buenos Aires: Dirección General de Cultura y Educación. Subsecretaría de Educación.
- (2018). [Lectura e interpretación de gráficos cartesianos. Estudio del caso particular del dengue](#). Matemática y Biología. Serie Profundización NES. Buenos Aires: Ministerio de Educación e Innovación.

Notas

- 1 Si bien estos contenidos se suponen estudiados en primer año, se sugiere tener en cuenta las secuencias [Lectura e interpretación de gráficos cartesianos](#) y [Relaciones de proporcionalidad directa](#).



Vamos Buenos Aires