

Matemática

4^o

Formación General del Ciclo Orientado

Funciones polinómicas con GeoGebra

Serie PROFUNDIZACIÓN · NES



Buenos Aires Ciudad



Vamos Buenos Aires

JEFE DE GOBIERNO

Horacio Rodríguez Larreta

MINISTRA DE EDUCACIÓN E INNOVACIÓN

María Soledad Acuña

SUBSECRETARIO DE PLANEAMIENTO EDUCATIVO, CIENCIA Y TECNOLOGÍA

Diego Javier Meiriño

DIRECTORA GENERAL DE PLANEAMIENTO EDUCATIVO

María Constanza Ortiz

SUBSECRETARIO DE CIUDAD INTELIGENTE Y TECNOLOGÍA EDUCATIVA

Santiago Andrés

SUBSECRETARIA DE COORDINACIÓN PEDAGÓGICA Y EQUIDAD EDUCATIVA

Andrea Fernanda Bruzos Bouchet

SUBSECRETARIO DE CARRERA DOCENTE Y FORMACIÓN TÉCNICA PROFESIONAL

Jorge Javier Tarulla

SUBSECRETARIO DE GESTIÓN ECONÓMICO FINANCIERA Y ADMINISTRACIÓN DE RECURSOS

Sebastián Tomaghelli

Subsecretaría de Planeamiento Educativo, Ciencia y Tecnología (SSPECT)

Dirección General de Planeamiento Educativo (DGPLEDU)

Gerencia Operativa de Currículum (GOC)

Javier Simón

Equipo de generalistas de Nivel Secundario: Bettina Bregman (coordinación), Cecilia Bernardi, Ana Campelo, Cecilia García, Julieta Jakubowicz, Marta Libedinsky, Carolina Lifschitz, Julieta Santos

Especialistas: Ruth Schaposchnik (coordinación), Carla Cabalcabué, Rosa María Escayola, Inés Zuccarelli

Equipo Editorial de Materiales Digitales (DGPLEDU)

Coordinación general de Contenidos Digitales Silvia Saucedo

Colaboración y gestión de Contenidos Digitales: Manuela Luzzani Ovide

Edición y corrección: Bárbara Gomila

Corrección de estilo: Andrea Finocchiaro, Ana Premuzic

Diseño gráfico y desarrollo digital: Ignacio Cismondi

Asistente editorial: Leticia Lobato

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires
Matemática. Funciones polinómicas con GeoGebra. 4 año. - 1a edición para el profesor - Ciudad Autónoma de Buenos Aires : Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Ministerio de Educación e Innovación, 2019.
Libro digital, PDF - (Profundización NES)

Archivo Digital: descarga y online
ISBN 978-987-673-555-1

1. Educación Secundaria. 2. Matemática. I. Título
CDD 510.7

ISBN 978-987-673-555-1

Se autoriza la reproducción y difusión de este material para fines educativos u otros fines no comerciales, siempre que se especifique claramente la fuente. Se prohíbe la reproducción de este material para reventa u otros fines comerciales.

Las denominaciones empleadas en este material y la forma en que aparecen presentados los datos que contiene no implican, de parte del Ministerio de Educación e Innovación del Gobierno de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires, juicio alguno sobre la condición jurídica o nivel de desarrollo de los países, territorios, ciudades o zonas, o de sus autoridades, ni respecto de la delimitación de sus fronteras o límites.

Fecha de consulta de imágenes, videos, textos y otros recursos digitales disponibles en Internet: 15 de noviembre de 2019.

© Gobierno de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires / Ministerio de Educación e Innovación / Subsecretaría de Planeamiento Educativo, Ciencia y Tecnología. Dirección General de Planeamiento Educativo / Gerencia Operativa de Lenguas en la Educación, 2019. Holmberg 2548/96 2.º piso-C1430DOV-Ciudad Autónoma de Buenos Aires.

© Copyright © 2019 Adobe Systems Software. Todos los derechos reservados. Adobe, el logo de Adobe, Acrobat y el logo de Acrobat son marcas registradas de Adobe Systems Incorporated.

Presentación

La serie Profundización de la NES presenta distintas propuestas de enseñanza que ponen en juego los contenidos (conceptos, habilidades, capacidades, prácticas, valores y actitudes) definidos en el *Diseño Curricular* de la Formación General y la Formación Específica del Ciclo Orientado del Bachillerato de la Nueva Escuela Secundaria de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires, en el marco de la Resolución N.º 321/MEGC/2015. Estos materiales despliegan, además, nuevas formas de organizar los espacios, los tiempos y las modalidades de enseñanza.

Las propuestas de esta serie se corresponden, por otra parte, con las características y las modalidades de trabajo pedagógico señaladas en el documento *Orientaciones para la Organización Pedagógica e Institucional de la Educación Obligatoria*, aprobado por la Resolución CFE N.º 93/09, que establece el propósito de fortalecer la organización y la propuesta educativa de las escuelas de nivel secundario de todo el país. A esta norma, actualmente vigente y retomada a nivel federal por la “Secundaria 2030”, se agrega el documento MOA – *Marco de Organización de los Aprendizajes para la Educación Obligatoria Argentina*, aprobado por la Resolución CFE N.º 330/17, que plantea la necesidad de instalar distintos modos de apropiación de los saberes que den lugar a nuevas formas de enseñanza, de organización del trabajo docente y del uso de los recursos y los ambientes de aprendizaje. Se promueven también diversas modalidades de organización institucional, un uso flexible de los espacios y de los tiempos y nuevas formas de agrupamiento de las y los estudiantes, que se traduzcan en talleres, proyectos, articulación entre materias, experiencias formativas y debates, entre otras actividades, en las que participen estudiantes de diferentes años. En el ámbito de la Ciudad, el *Diseño Curricular de la Nueva Escuela Secundaria* incorpora temáticas emergentes y abre la puerta para que en la escuela se traten problemáticas actuales de significatividad social y personal para la población joven.

Existe acuerdo sobre la magnitud de los cambios que demanda el nivel secundario para lograr incluir al conjunto de estudiantes, y promover los aprendizajes necesarios para el ejercicio de una ciudadanía responsable y la participación activa en ámbitos laborales y de formación. Si bien se ha recorrido un importante camino en este sentido, es indispensable profundizar, extender e incorporar propuestas que hagan de la escuela un lugar convocante y que ofrezcan, además, reales oportunidades de aprendizaje. Por lo tanto, siguen siendo desafíos:

- Planificar y ofrecer experiencias de aprendizaje en formatos diversos.
- Propiciar el trabajo compartido entre docentes de una o diferentes áreas, que promueva la integración de contenidos.
- Elaborar propuestas que incorporen oportunidades para el aprendizaje y el desarrollo de capacidades.

Los materiales desarrollados están destinados a docentes y presentan sugerencias, criterios y aportes para la planificación y el despliegue de las tareas de enseñanza y de evaluación. Se incluyen también ejemplos de actividades y experiencias de aprendizaje para estudiantes. Las secuencias han sido diseñadas para admitir un uso flexible y versátil de acuerdo con las diferentes realidades y situaciones institucionales. Pueden asumir distintas funciones dentro de una propuesta de enseñanza: explicar, narrar, ilustrar, desarrollar, interrogar, ampliar y sistematizar los contenidos; así como ofrecer una primera aproximación a una temática, formular dudas e interrogantes, plantear un esquema conceptual a partir del cual profundizar, proponer actividades de exploración e indagación, facilitar oportunidades de revisión, contribuir a la integración y a la comprensión, habilitar instancias de aplicación en contextos novedosos e invitar a imaginar nuevos escenarios y desafíos. Esto supone que, en algunos casos, se podrá adoptar la secuencia completa, y, en otros, seleccionar las partes que se consideren más convenientes. Asimismo, se podrá plantear un trabajo de mayor articulación o exigencia de acuerdos entre docentes, puesto que serán los equipos de profesores y profesoras quienes elaborarán propuestas didácticas en las que el uso de estos materiales cobre sentido.

En esta ocasión se presentan secuencias didácticas destinadas al Ciclo Orientado de la NES, que comprende la formación general y la formación específica que responde a cada una de las orientaciones adoptadas por la Ciudad. En continuidad con lo iniciado en el Ciclo Básico, la formación general se destina al conjunto de estudiantes, con independencia de cada orientación, y procura consolidar los saberes generales y conocimientos vinculados al ejercicio responsable, crítico e informado de la ciudadanía y al desarrollo integral de las personas. La formación específica, por su parte, comprende unidades diversificadas, como introducción progresiva a un campo de conocimientos y de prácticas específico para cada orientación. El valor de la apropiación de este tipo de conocimientos reside no solo en la aproximación a conceptos y principios propios de un campo del saber, sino también en el desarrollo de hábitos de pensamiento riguroso y formas de indagación y análisis aplicables a diversos contextos y situaciones.

Para cada orientación, la formación específica presenta los contenidos organizados en bloques y ejes. Los bloques constituyen un modo de sistematizar, organizar y agrupar los contenidos, que, a su vez, se recuperan y especifican en cada uno de los ejes. Las propuestas didácticas de esta serie abordan contenidos de uno o más bloques, e indican cuál de las alternativas curriculares propuestas en el diseño curricular vigente y definida institucionalmente resulta más apropiada para su desarrollo.

Los materiales presentados para el Ciclo Orientado dan continuidad a las secuencias didácticas desarrolladas para el Ciclo Básico. El lugar otorgado al abordaje de problemas complejos procura contribuir al desarrollo del pensamiento crítico y de la argumentación desde

perspectivas provenientes de distintas disciplinas. Se trata de propuestas alineadas con la formación de actores sociales conscientes de que las conductas colectivas e individuales tienen efectos en un mundo interdependiente. El énfasis puesto en el aprendizaje de capacidades responde a la necesidad de brindar experiencias y herramientas que permitan comprender, dar sentido y hacer uso de la gran cantidad de información que, a diferencia de otras épocas, está disponible y es fácilmente accesible para todas las personas. Las capacidades constituyen un tipo de contenidos que debe ser objeto de enseñanza sistemática. Para ello, la escuela tiene que ofrecer múltiples y variadas oportunidades, de manera que las y los estudiantes las desarrollen y consoliden.

En esta serie de materiales también se retoman y profundizan estrategias de aprendizaje planteadas para el Ciclo Básico y se avanza en la propuesta de otras nuevas, que respondan a las características del Ciclo Orientado y de cada campo de conocimiento: instancias de investigación y de producción, desarrollo de argumentaciones fundamentadas, trabajo con fuentes diversas, elaboración de producciones de sistematización de lo realizado, lectura de textos de mayor complejidad, entre otras. Su abordaje requiere una mayor autonomía, así como la posibilidad de comprometerse en la toma de decisiones, pensar cursos de acción, diseñar y desarrollar proyectos.

Las secuencias involucran diversos niveles de acompañamiento e instancias de reflexión sobre el propio aprendizaje, a fin de habilitar y favorecer distintas modalidades de acceso a los saberes y los conocimientos y una mayor inclusión.

Continuamos el recorrido iniciado y confiamos en que constituirá un aporte para el trabajo cotidiano. Como toda serie en construcción, seguirá incorporando y poniendo a disposición de las escuelas de la Ciudad nuevas propuestas, que darán lugar a nuevas experiencias y aprendizajes.



María Constanza Ortiz

Directora General de Planeamiento Educativo

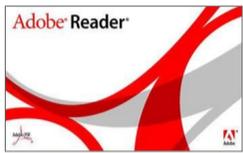


Javier Simón

Gerente Operativo de Currículum

¿Cómo se navegan los textos de esta serie?

Los materiales de la serie Profundización de la NES cuentan con elementos interactivos que permiten la lectura hipertextual y optimizan la navegación.



Adobe Reader Copyright © 2019.
Todos los derechos reservados.

Para visualizar correctamente la interactividad se sugiere bajar el programa [Adobe Acrobat Reader](#) que constituye el estándar gratuito para ver e imprimir documentos PDF.

Pie de página



Volver a vista anterior

Al clicar regresa a la última página vista.



Ícono que permite imprimir.



5



Folio, con flechas interactivas que llevan a la página anterior y a la página posterior.

Índice interactivo



Introducción

Plaquetas que indican los apartados principales de la propuesta.

Itinerario de actividades



Actividad 1

Funciones polinómicas y cuerpos geométricos: los cubos

Estudiar las funciones polinómicas de primer, segundo y tercer grado a partir de la modelización de una situación geométrica que involucra el perímetro y el área de un cuadrado, y el volumen de un cubo.

Organizador interactivo que presenta la secuencia completa de actividades.

Notas al final

¹ Símbolo que indica una nota. Al clicar se direcciona al listado final de notas.

Notas

¹ Ejemplo de nota al final.

Actividades

Actividad 1

Funciones polinómicas y cuerpos geométricos: los cubos

En este problema van a trabajar con una construcción hecha previamente en GeoGebra llamada [escenario de la actividad 1](#).

Íconos y enlaces

El color azul y el subrayado indican un [vínculo](#) a un sitio/página web o a una actividad o anexo interno del documento.



Indica apartados con orientaciones para la evaluación.

Índice interactivo



Introducción



Contenidos, objetivos de aprendizaje y capacidades



Itinerario de actividades



Orientaciones didácticas y actividades



Orientaciones para la evaluación



Anexo



Bibliografía

Introducción

La siguiente secuencia está pensada para profundizar en el análisis de las funciones polinómicas, en particular, lineales, cuadráticas y cúbicas. Se espera que los/las estudiantes, a la hora de abordar las actividades planteadas, hayan tenido algún contacto con la modelización mediante funciones lineales y cuadráticas, la producción de fórmulas y sus representaciones gráficas¹. No se pretende que estos conceptos estén completamente afianzados sino que serán retomados durante la secuencia y se consolidarán durante todo el aprendizaje futuro en la escuela secundaria. Se propone un trabajo que busca avanzar desde problemas geométricos que involucran la modelización mediante funciones lineales y cuadráticas, hacia situaciones que requieren un modelo cúbico.

Esta secuencia se apoya en la exploración de un entorno tecnológico —GeoGebra²— y en el análisis de la relación entre los distintos registros de representación: tablas, gráficos y fórmulas de estas funciones polinómicas. La complejidad que implica la construcción de un entretrejo de relaciones entre dichos registros da lugar a una progresiva conceptualización de las funciones polinómicas y de sus respectivas características.

A lo largo de la secuencia, se promueve el debate de ideas y la producción colectiva en torno al estudio y a la construcción de distintos registros de representación. En particular, esta secuencia trabajará con una *Vista Gráfica 3D* en GeoGebra donde se encontrarán representadas las situaciones que se desean estudiar, y una *Vista Gráfica 2D*, también en GeoGebra, donde se representan las funciones polinómicas que modelizan los problemas. De esta forma, es posible analizar que las variaciones de un cuerpo geométrico se ven reflejadas simultáneamente en la expresión algebraica y en el gráfico correspondiente al objeto matemático en cuestión, y viceversa. La exploración de estos objetos en dichas vistas gráficas habilita la elaboración de conjeturas en torno a estas relaciones. A su vez, este estudio propicia que el trabajo algebraico funcione como una herramienta posible para validar o descartar las conjeturas producidas en el entorno gráfico.

Dado que la propuesta involucra variables relacionadas con medidas, es importante tener en cuenta que GeoGebra tiene unidades internas que no son ni centímetro, ni milímetro, ni ninguna otra unidad de medida de longitud convencional. Esta característica está relacionada con la posibilidad de hacer *zoom* con las herramientas *Aproximar* o *Alejar*, o con la rueda de desplazamiento del *mouse*. Por este motivo no se pueden conservar las medidas si se las representa en alguna de las

unidades de longitud mencionadas. A los efectos prácticos para esta secuencia, se optó, entonces, arbitrariamente por el uso de los centímetros como unidad de medida.

Es importante tener en cuenta que la incorporación de un recurso tecnológico implica el aprendizaje de una nueva herramienta, tanto para estudiantes como para docentes. Desde la perspectiva con la que se elabora esta propuesta, se considera que resolver algunas actividades sencillas permite un acercamiento inicial al funcionamiento y a las posibilidades de GeoGebra. Es decir, que es posible aprender a utilizar el programa a medida que se resuelven problemas en este entorno. Estas herramientas serán un insumo valioso para el estudio de otros contenidos en matemática y, cabe destacar, que no es necesario conocer todas las que incluye el programa para comenzar a utilizarlo. Por otro lado, no se espera que las/los estudiantes las encuentren por sí mismos/as, de ser preciso, sobre la base de sus intentos, el/la docente podrá mostrar el funcionamiento de una herramienta para ponerla en juego y luego habilitar que la utilicen a fin de resolver otros problemas.

A lo largo del documento se presentan, a modo orientativo, posibles estrategias y resoluciones de los/las estudiantes. Con estas anticipaciones, no se aspira a prever todo lo que sucederá efectivamente en la clase, sino a colaborar con la apropiación de un repertorio de criterios y propósitos que sirvan de ayuda en la selección de una intervención adecuada al diálogo específico que se produzca con los/las estudiantes. Es probable que el trabajo con GeoGebra en el aula dé lugar a un despliegue de alternativas de resolución mayor al que se da en otras situaciones de enseñanza, debido a la variedad de herramientas disponibles y a la facilidad de su utilización. Será importante que la/el docente habilite y estimule en los/las estudiantes, la producción de estrategias propias. Por otro lado, también resultará interesante que dé espacio a ideas y propuestas, ya sean ajustadas o incompletas, en los espacios colectivos de discusión.

Los problemas presentados en este documento tienen la intención de involucrar al grupo de estudiantes en una actividad de producción matemática. Se busca que, con la intervención docente, puedan ensayar, equivocarse, desarrollar diferentes resoluciones, analizar estrategias desplegadas por sus compañeras/os y tomar una posición argumentada frente a ellas. Este tipo de trabajo matemático resulta enriquecedor, pero también complejo, por lo que no se espera que se logre de un día para el otro, ni con el transcurso de una única secuencia. Por otro lado, desde el enfoque didáctico que sostiene esta propuesta, se entiende que los enunciados presentan una complejidad particular, en tanto aluden a situaciones problemáticas nuevas. En este sentido, se espera que dichos enunciados puedan ser discutidos y consensuados en la clase junto con el/la docente a cargo. En la primera

actividad, se proponen cuatro problemas que involucran distintos registros de representación — tablas, representaciones de objetos geométricos (en 2D y 3D), gráficos y fórmulas de funciones— y el uso de GeoGebra para la exploración y la anticipación de resultados. En particular, en los primeros problemas, los/las estudiantes podrán explorar escenarios³ a partir de ciertas preguntas, donde, luego analizarán: el perímetro y el área de un cuadrado y el volumen de un cubo. Además, se incluye un último problema —a modo de primera síntesis— que busca recuperar las características de las funciones polinómicas trabajadas anteriormente.

En la segunda actividad, se ofrece un nuevo problema donde el escenario también se encuentra armado con antelación. Nuevamente, los/las estudiantes deberán estudiar el volumen de un nuevo cuerpo: un prisma triangular. Si bien el archivo con el escenario se encuentra disponible en el enunciado de la actividad, se presenta un instructivo, en el anexo [“Prisma recto de base triangular: una posible construcción con GeoGebra”](#), para crearlo o modificarlo, si así se desea.

Por último, en la actividad de síntesis, se estudia la función volumen de otro prisma —de base rectangular— con la intención de sistematizar ciertas ideas y conceptos que serán la base para avanzar en la construcción de nuevos conocimientos sobre las funciones polinómicas.

Contenidos, objetivos de aprendizaje y capacidades

Ejes/Contenidos	Objetivos de aprendizaje	Capacidades
<p>Funciones y álgebra <i>Funciones polinómicas</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Producción de fórmulas para modelizar diferentes procesos en los cuales la variable requiera ser elevada a distintas potencias. • Crecimiento, decrecimiento de funciones. • Uso de la computadora para estudiar el comportamiento de funciones polinómicas. 	<ul style="list-style-type: none"> • Modelizar y resolver situaciones problemáticas extra- e intramatemáticas que involucran funciones y ecuaciones polinómicas. • Comprender las características, el comportamiento gráfico y las expresiones algebraicas convenientes de las funciones polinómicas. 	<ul style="list-style-type: none"> • Resolución de problemas.

La exploración y el uso del programa GeoGebra permiten enriquecer el quehacer matemático a partir del trabajo entre los registros gráfico y algebraico. Se busca que el grupo de estudiantes avance en el uso de herramientas de GeoGebra para explorar y relacionar los registros gráficos (*Vista Gráfica 2D y 3D*) y algebraico (*Vista Algebraica*) de un mismo objeto matemático.

Itinerario de actividades

Actividad 1

Funciones polinómicas y cuerpos geométricos: los cubos

Estudiar las funciones polinómicas de primer, segundo y tercer grado a partir de la modelización de una situación geométrica que involucra el perímetro y el área de un cuadrado, y el volumen de un cubo.

Actividad 2

Funciones polinómicas y cuerpos geométricos: los prismas triangulares

Estudiar las funciones cúbicas a partir de una nueva situación geométrica, partiendo de un escenario, es decir, de una construcción hecha previamente en GeoGebra.

Actividad 3

Actividad de síntesis

Revisar y reflexionar sobre lo trabajado durante toda la secuencia a partir de la resolución de un nuevo problema: el estudio del volumen de los prismas de base rectangular.

Orientaciones didácticas y actividades

Para una mejor comprensión de este documento, se sugiere explorar los escenarios mencionados en paralelo a la lectura. Es posible descargar —por única vez— las construcciones en formato *.ggb* de una [carpeta en Drive](#) y, luego, explorar cada una de ellas, previa instalación de GeoGebra. Para facilitar el trabajo se ofrecen diferentes versiones de cada archivo, según las resoluciones más usuales de las pantallas.

A continuación, se presentan las actividades sugeridas para el grupo de estudiantes, acompañadas de orientaciones didácticas para docentes. En cuanto a la implementación de esta propuesta, se puede trabajar en parejas o en pequeños grupos. Este tipo de resolución enriquece el proceso de aprendizaje, ya que promueve interacciones entre pares en las que se hace necesario explicitar y validar las decisiones tomadas. Además, en los momentos que se considere necesario, se podrá intervenir para desarrollar una discusión colectiva.

En la implementación de estas actividades, se propone que las/los estudiantes trabajen con un dispositivo digital que tenga instalado el programa. Otras opciones son trabajar con una [versión portable de GeoGebra](#) (que no requiere instalación previa), o con el [applet de GeoGebra](#) en internet.

Actividad 1. Funciones polinómicas y cuerpos geométricos: los cubos

En esta actividad se estudian, en primer lugar, las variaciones del perímetro y el área de un cuadrado en función de la medida de su lado. Luego, se analiza la variación del volumen de un cubo, que tiene como base el cuadrado estudiado previamente. Por último, a modo de síntesis, se recuperan las características principales de las funciones involucradas.

Actividad 1 Funciones polinómicas y cuerpos geométricos: los cubos

En las siguientes actividades van a trabajar con el programa GeoGebra. En los enunciados de los problemas se hace referencia a diferentes comandos de este programa. Para facilitar su identificación se muestran a continuación los íconos de las herramientas que se utilizarán:



Mueve



Punto



Desplaza Vista Gráfica



Aproximar



Alejar



Deslizador



Rastro

Problema 1

En este problema van a trabajar con una construcción hecha previamente en GeoGebra llamada [escenario de la actividad 1](#). Esta tiene un *Deslizador* b , al que le pueden cambiar el valor desde la *Vista Algebraica*. Una forma de modificarlo es hacer doble clic e ingresar el nuevo valor con el teclado. Otra opción es desde la *Vista Gráfica* con la herramienta *Mueve*, desplazando el deslizador.

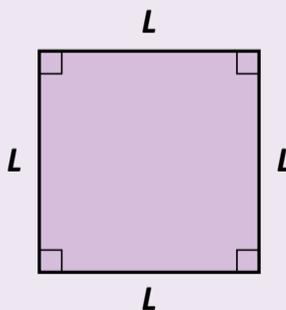
El escenario también cuenta con un cuadrado, donde la medida del lado L coincide con el valor del *Deslizador* b .

Para tener en cuenta

Un **cuadrado** es un cuadrilátero que tiene sus cuatro lados iguales y sus cuatro ángulos rectos.

$$\text{Perímetro: } P = 4 \cdot L$$

$$\text{Área: } A = L^2$$



- Abran el [escenario de la actividad 1](#), vayan al menú *Archivo* y elijan la opción “*Guardar como...*”. Guárdenlo con el nombre *actividad1-nombre1-nombre2-nombre3.ggb*.
- Cambien el valor del *Deslizador* b y observen cómo se modifica el cuadrado. Luego, respondan las siguientes consignas y anoten cómo lo hicieron en sus carpetas:

- I. Muevan el deslizador b de forma tal que el lado L del cuadrado mida 6 cm. ¿Cuál es el perímetro del cuadrado?
 - II. ¿Es posible obtener un cuadrado cuyo perímetro sea 36 cm? Si es así, ¿cuál es la medida del lado? Si no, expliquen por qué.
 - III. ¿Es posible obtener un cuadrado cuyo perímetro sea 10 cm? Si es así, ¿cuál es la medida del lado? Si no, expliquen por qué.
- c. Vayan al menú *Vista* y seleccionen *Vista Gráfica 2*. Desde la barra de *Entrada* (en la parte inferior de la pantalla), escriban:

$$P = (L, 4L)$$

Con la herramienta *Mueve*, cambien la longitud del segmento L . Notarán que cambia el lado del cuadrado y que se modifica la posición del punto P . En caso de que no vean dicho punto en la pantalla, pueden modificar la escala con la opción *Alejar*. Luego, respondan las siguientes consignas y anoten cómo lo hicieron en sus carpetas:

- I. Muevan el deslizador b de manera tal que la coordenada x del punto P sea 7. ¿Cuál es la coordenada y del punto P ? ¿Qué representan estos valores?
- II. Muevan el deslizador b de forma tal que la coordenada y del punto P sea mayor que 25. ¿Cuáles son todos los valores posibles para la coordenada x ? ¿Qué representan estos valores?
- III. Hagan clic con el botón derecho sobre el punto P y seleccionen la opción *Rastro*. Al mover el deslizador verán que el punto P cambia de lugar y deja su rastro. ¿Qué tipo de función se forma al cambiar la medida del deslizador b ? ¿Por qué? Escriban una fórmula de dicha función e identifiquen qué representan la variable independiente y la dependiente en la figura.

Problema 2

En este problema van a trabajar nuevamente con el archivo *Actividad_1.ggb* en GeoGebra.

- a. Abran ese archivo, vayan al menú *Archivo* y elijan la opción *Guardar como*. Guárdenlo con el nombre *problema2-apellido1-apellido2-apellido3.ggb*.
- b. Muevan el deslizador y observen cómo se modifica el cuadrado. Luego, resuelvan las siguientes consignas y anoten en sus carpetas cómo lo hicieron:
 - I. Muevan el deslizador de forma tal que el lado del cuadrado mida 7 cm. ¿Cuál es el área del cuadrado?

- II. ¿Es posible obtener un cuadrado cuya área sea 25 cm^2 ? Si es así, ¿cuál es la medida del lado del cuadrado? Si no, expliquen por qué.
- III. ¿Es posible obtener un cuadrado cuya área sea 30 cm^2 ? Si es así, ¿cuál es la medida del lado del cuadrado? Si no, expliquen por qué.

c. Vayan al menú *Vista* y seleccionen la *Vista Gráfica 2*. Desde la barra de *Entrada*, escriban:

$$Q = (L, \text{area})$$

Luego, respondan las siguientes consignas y anoten en sus carpetas cómo lo hicieron:

- I. Cambien la medida del lado L de forma tal que la coordenada x del punto Q sea 9. ¿Cuál es la coordenada y del punto Q ? ¿Qué representan estas coordenadas en el cuadrado?
- II. Cambien la medida del lado L de forma tal que la coordenada y del punto Q sea mayor que 60. ¿Cuáles son todos los valores posibles para la coordenada x ? ¿Qué representan estas coordenadas en el cuadrado?
- III. Hagan un clic derecho sobre el punto Q y seleccionen la opción *Rastro*. Al mover el deslizador verán que el punto Q cambia de lugar y deja su rastro. ¿Qué tipo de función se forma al variar la medida del lado L ? Escriban una fórmula para dicha función e identifiquen qué representa cada una de las variables.

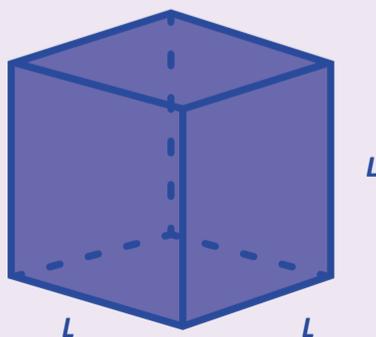
Problema 3

En este problema van a trabajar nuevamente con el archivo *Actividad_1.ggb* en GeoGebra, estudiando el volumen de un cubo que tiene como base el cuadrado analizado en los dos problemas anteriores.

Para tener en cuenta

Un **cubo** es un cuerpo que tiene seis caras cuadradas. En consecuencia, todas sus aristas son iguales.

$$\text{Volumen: } V = L^3$$



- a. Abran ese archivo, vayan al menú *Archivo* y elijan la opción *Guardar como*. Guárdenlo con el nombre *problema3-apellido1-apellido2-apellido3.ggb*.
- b. Desde el menú *Vista*, seleccionen la *Vista Gráfica 3D*. Con la herramienta *Mueve*, cambien el valor del deslizador y observen cómo se modifica el cubo. A continuación, respondan las siguientes consignas y anoten cómo lo hicieron en sus carpetas:
- I. Cambien la longitud de la arista L de forma tal que mida 4 cm. ¿Cuál es la medida del volumen del cubo? ¿Y si la arista mide 2,5 cm?
 - II. ¿Es posible obtener un cubo cuyo volumen sea 27 cm^3 ? Si es así, ¿cuál es la medida de su arista? Si no, expliquen por qué.
 - III. ¿Es posible obtener un cubo cuyo volumen sea $15,625 \text{ cm}^3$? Si es así, ¿cuál es la medida de su arista? Si no, expliquen por qué.
- c. Vayan al menú *Vista* y seleccionen la *Vista Gráfica 2*. Luego, desde la barra de *Entrada*, introduzcan el punto:

$$V = (L, \text{volumen})$$

A continuación, cambien la medida de la arista L y observen cómo se modifica el punto V . Luego, respondan las siguientes consignas y anoten cómo lo hicieron en sus carpetas:

- I. Cambien la medida de la arista L de forma tal que la coordenada x del punto V sea 2. ¿Cuál es la coordenada y del punto V ? ¿Qué representan estos valores en el cubo?
- II. Cambien la medida de la arista L de forma tal que la coordenada y del punto V sea mayor que 100, ¿cuáles son todos los valores posibles para la coordenada x ? ¿Qué representan estos valores en el cubo?
- III. Hagan clic con el botón derecho sobre el punto V y seleccionen la opción *Rastro*. Al cambiar la longitud del segmento L , se forma una nueva función: escriban una fórmula para dicha función e identifiquen qué representa cada una de las variables.

Problema 4

Revisen el trabajo realizado en los tres problemas anteriores. Cada uno de ellos involucra una función diferente. Completen la siguiente tabla a modo de resumen de esas relaciones.

	Problema 1: perímetro del cuadrado	Problema 2: área del cuadrado	Problema 3: volumen del cubo
Variable independiente	L: lado del cuadrado		
Variable dependiente		A: área del cuadrado	
Fórmula			
Gráfico aproximado			
Tipo de función		Polinómica de grado dos. Cuadrática.	

Comentarios didácticos del Problema 1

En el Problema 1 se presenta una construcción hecha previamente en GeoGebra que recibe el nombre de “escenario”. En este caso, se optó por presentar el modelo geométrico construido para poner el foco en el estudio del modelo funcional y no en la construcción geométrica. La intención del ítem **b.** es introducir a las/los estudiantes en la manipulación de los objetos del escenario, para poder observar cuáles son las características que se modifican y cuáles las que se conservan, y así poder estudiar las relaciones de dependencia involucradas. En particular, el objetivo de las tres consignas del ítem **b.** es que puedan reconocer que la medida del lado del cuadrado tiene el mismo valor que el deslizador y, en consecuencia, al moverlo, cambia el perímetro. Además, conocer la medida del perímetro permite saber la medida del lado del cuadrado. En cuanto a la consigna **b.II** es posible que exploren con el deslizador para responder la pregunta. Sin embargo, en la consigna **b.III** el valor fue elegido de manera tal de presentar la necesidad del trabajo con la fórmula.

En el ítem **c.** las/los estudiantes deben introducir un nuevo punto que les permitirá estudiar la variación del perímetro en función de la medida del lado del cuadrado. Será importante asegurarse de que el punto *P* esté construido en la *Vista Gráfica 2* (en caso de no ser así, se puede acceder a las propiedades del punto *P* y modificarlo desde la pestaña *Avanzado*). El propósito de esta consigna es volver a estudiar la función de proporcionalidad directa $f(L) = 4L$ (un caso particular de la función lineal) en un contexto geométrico. Algunas preguntas que el/la docente puede poner en discusión en un debate colectivo para profundizar el estudio de esta función son:

- ¿Cuál es la ordenada al origen de esta función y qué representa en el problema?
- ¿Es cierto que si se duplica la medida de L , se duplicará el perímetro del cuadrado?
- ¿Es cierto que si se incrementa en 1 cm la medida de L , el perímetro aumenta en 4 cm? ¿Cómo se puede observar esto en el gráfico de la función?
- ¿Cómo debería modificarse la figura geométrica del escenario para que la pendiente de la función sea 5?

Comentarios didácticos del Problema 2

En el Problema 2 se trabaja con el mismo escenario que en el Problema 1, pero el objetivo es estudiar el área del cuadrado en función de la medida de su lado. Al igual que en el primer problema, en este caso, el ítem **b.** tiene el propósito de identificar regularidades en la construcción geométrica. La consigna **b.II**, nuevamente, podrá resolverse a partir de la exploración con el deslizador. Sin embargo, para contestar a la consigna **b.III**, será necesario que recurran al trabajo con la fórmula.

En cuanto a la consigna **c.**, los/las estudiantes deben introducir un nuevo punto que les permitirá estudiar la variación del área en función de la medida del lado del cuadrado. La intención es volver a estudiar la función cuadrática a partir de un contexto geométrico. Algunas preguntas que el/la docente puede poner en discusión en un debate colectivo para profundizar el estudio de esta función son:

- ¿Cuál es la ordenada al origen de esta función y qué representa en el problema?
- ¿Es cierto que, si se duplica la medida de L , se duplicará la medida del área del cuadrado?
- ¿Cómo debería modificarse el escenario para que la fórmula de la función sea $A(L) = 9 \cdot L^2$?

Comentarios didácticos del Problema 3

En el Problema 3 se trabaja con el mismo escenario que en los anteriores, pero el objetivo es estudiar el volumen del cubo (cuya base es el cuadrado estudiado anteriormente) en función de la medida de su lado. Nuevamente, el ítem **b.** tiene el propósito de identificar regularidades del escenario y las consignas **b.II** y **b.III** podrán ser resueltas mediante la exploración del deslizador y con el trabajo con la fórmula en lápiz y papel.

Podría suceder que, para la consigna **b.I**, contesten que el volumen del cubo de arista 2,5 cm es $15,63 \text{ cm}^3$ (ya que GeoGebra, por defecto, redondea a dos decimales). Una posibilidad es avanzar con las consignas hasta el ítem **c** donde deberán poner en juego la fórmula de la función para hallar el valor exacto de la arista de un cubo cuyo volumen es $15,625 \text{ cm}^3$. Es posible que esta sea

la primera vez que los/las estudiantes se enfrenten a una fórmula que tiene la variable elevada al cubo. Sin embargo, se espera que esto no sea una dificultad dado que cuentan con el contexto del escenario como punto de apoyo para resolver las consignas.

Por último, en la consigna **c.**, los/las estudiantes deben introducir un nuevo punto que les permitirá estudiar la variación del volumen del cubo en función de la medida de su arista. La intención es estudiar una función polinómica de grado tres a partir de un contexto geométrico. Algunas preguntas que el/la docente puede poner en discusión en un debate colectivo para profundizar el estudio de esta función son:

- ¿Cuál es la ordenada al origen de esta función y qué representa en el problema?
- ¿Es cierto que si se triplica la medida de L , se triplicará la medida del volumen del cubo?
- ¿Es cierto que el gráfico de la función es una parábola?
- ¿Cómo debería modificarse el escenario para que la fórmula de la función sea $V(L) = 8L^3$?

Comentarios didácticos del Problema 4

El Problema 4 tiene la intención de ser una síntesis de la actividad 1. En él se podrán recuperar las funciones estudiadas y algunas de sus características; todas ellas son funciones polinómicas por lo cual esta podría ser una oportunidad para introducir esta definición y la noción de grado de estas funciones.

Actividad 2. Funciones polinómicas y cuerpos geométricos: los prismas triangulares

En esta segunda actividad, se pone el foco en el estudio del volumen de determinados prismas cuyas bases son triángulos rectángulos. A partir de esto, se analizarán las funciones cúbicas en una nueva situación geométrica.

Actividad 2 Funciones polinómicas y cuerpos geométricos: los prismas triangulares

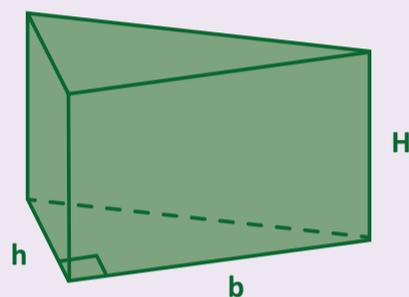
En este problema van a estudiar el volumen de distintos prismas rectos triangulares, utilizando el programa GeoGebra.

Para tener en cuenta



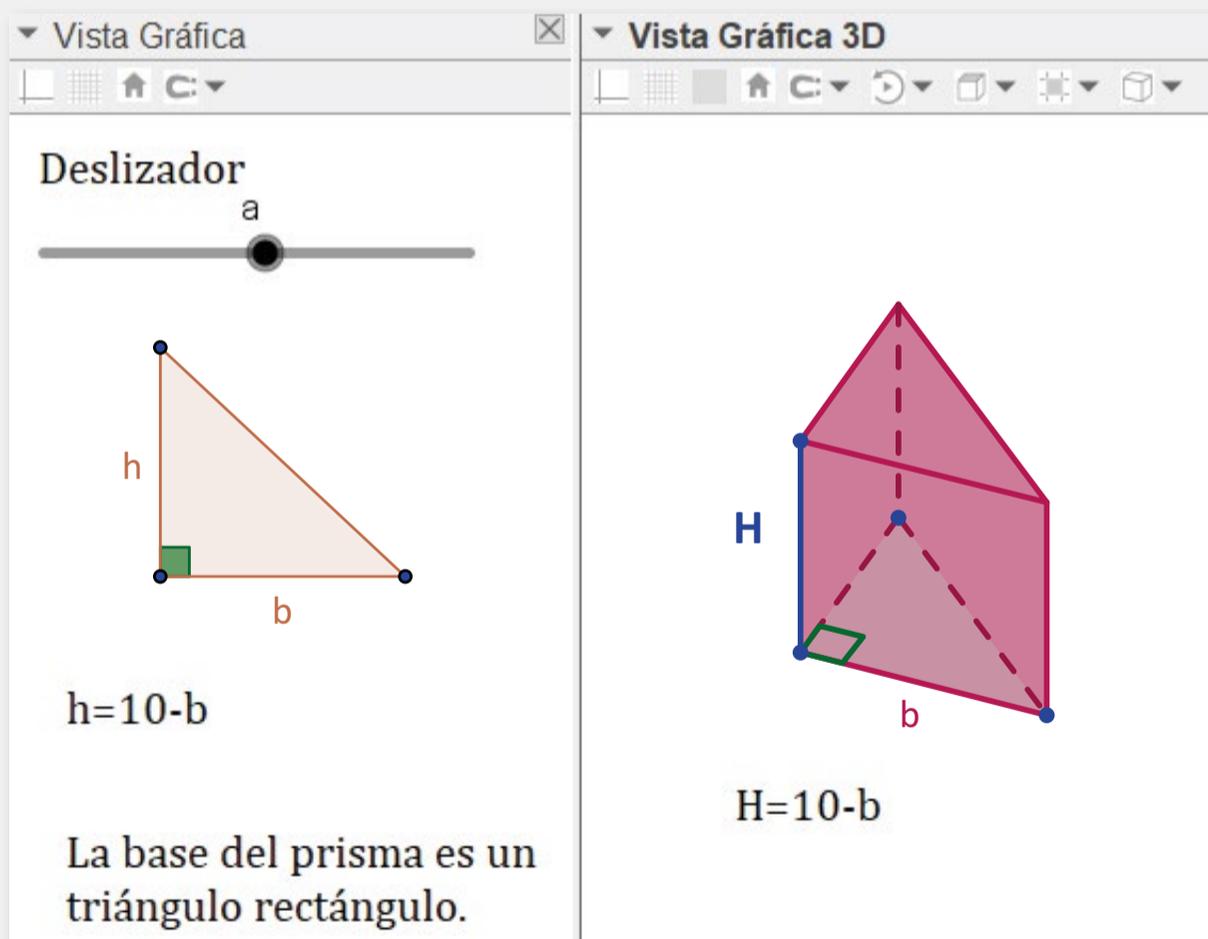
Un **prisma recto triangular** es un cuerpo que tiene cinco caras. Dos de ellas (las bases) son triángulos paralelos y congruentes y las otras tres (las caras laterales) son rectángulos. Para calcular su volumen, se puede multiplicar el área de la base por la altura:

$$\text{Volumen del prisma} = \text{Área de la base} \cdot \text{Altura del prisma}$$



$$V = \frac{(b \cdot h)}{2} \cdot H$$

En esta actividad van a trabajar con un [escenario de la actividad 2](#) de GeoGebra que incluye un *Deslizador a* y un prisma recto triangular que fue construido con las características que se muestran en la siguiente figura:



- a. Abran ese archivo, vayan al menú *Archivo* y elijan la opción *Guardar como*. Guárdenlo con el nombre *actividad2-apellido1-apellido2-apellido3.ggb*.

- b.** La medida de b coincide con el valor del *Deslizador* a . Muevan el deslizador y observen cómo se modifica el prisma triangular. A continuación, respondan las siguientes consignas y anoten en sus carpetas cómo lo hicieron:
- I.** Muevan el deslizador de manera tal que la arista b mida 8 cm. ¿Cuál es el volumen del prisma triangular? ¿Y si la arista b mide 7 cm?
 - II.** ¿Es posible obtener un prisma recto triangular (como el del escenario) cuyo volumen sea 48 cm^3 ? Si es así, ¿cuál es la medida de la arista b ? Si no, expliquen por qué.
 - III.** ¿Es posible obtener un prisma recto triangular (como el del escenario) cuyo volumen sea $40,5 \text{ cm}^3$? Si es así, ¿cuál es la medida de la arista b ? Si no, expliquen por qué.
- c.** Vayan al menú *Vista* y seleccionen la *Vista Gráfica 2*. Luego, desde la barra de *Entrada*, introduzcan el punto:

$$V = (b, \text{volumen})$$

A continuación, cambien la medida de la arista b y observen cómo se modifica el punto V . Luego, respondan las siguientes consignas y anoten en sus carpetas cómo lo hicieron:

- I.** Cambien la medida de la arista b de forma tal que la coordenada x del punto V sea 2. ¿Cuál es la coordenada y del punto V ? ¿Qué representan estas medidas en el prisma?
- II.** Cambien la medida de la arista b de forma tal que la coordenada y del punto V sea mayor que 48. ¿Cuáles son todos los valores posibles para la coordenada x ? ¿Qué representan estas medidas en el prisma?
- III.** Hagan un clic derecho sobre el punto V (desde cualquiera de las vistas) y seleccionen la opción *Rastro*. Al mover el deslizador, aparece una nueva gráfica: escriban una fórmula para esta función. ¿Qué tipo de función es? ¿Qué representa cada una de las variables?

Comentarios didácticos de la Actividad 2

En esta actividad se trabaja con el volumen de prismas cuyas bases son triángulos rectángulos. Las consignas conservan la misma estructura que en los problemas anteriores con el objetivo de profundizar el estudio de las funciones cúbicas.

En el ítem **b.** es probable que las consignas sean respondidas a partir de la exploración del escenario. Algunas respuestas podrán obtenerse de manera exacta mediante el uso del deslizador. Sin

embargo, otras solo se podrán responder de manera aproximada ya que, en este caso, la manipulación algebraica se complejiza en comparación con la actividad anterior. Por ejemplo: en la consigna **b.ii** se puede atrapar con el deslizador un prisma donde $b = 4$ que tiene un volumen de 48. Pero esta solución no es única ya que existe otra medida de b (entre 8,8 y 8,9) que también determina un prisma diferente con el mismo volumen.

Por último, en el ítem **c.**, los/las estudiantes deben introducir un nuevo punto que les permitirá estudiar la variación del volumen del prisma triangular en función de la medida de b ; tal como lo hicieron en los problemas anteriores. La intención es estudiar otra función cúbica a partir de un contexto geométrico. Algunas preguntas que el/la docente puede poner en discusión en un debate colectivo para profundizar el estudio de esta función son:

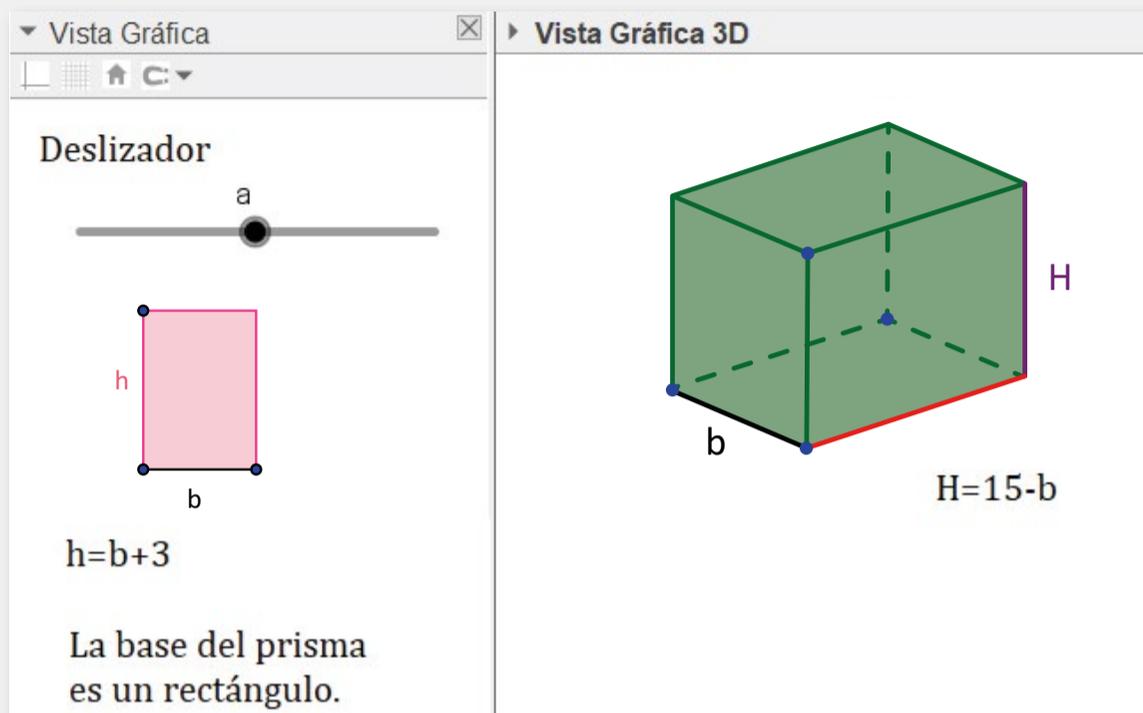
- ¿Cuál es la ordenada al origen de esta función y qué representa en el problema?
- ¿Es cierto que el gráfico de la función es una parábola?
- ¿Tiene algún eje de simetría el gráfico de la función estudiada?
- ¿Cuál es el dominio de la función en este problema? ¿Cuál es, aproximadamente, el conjunto imagen de la función?
- ¿Cómo podría modificarse el escenario para que el dominio de la función sea $[0;20]$?

Actividad 3. Actividad de síntesis

Con esta actividad se espera que las/los estudiantes reinviertan lo trabajado en la resolución de un nuevo problema donde se estudia el volumen de prismas con bases rectangulares, analizando y reflexionando sobre lo realizado a lo largo de toda la secuencia.

Actividad 3 Actividad de síntesis

En esta actividad van a trabajar con un [escenario de la actividad de síntesis](#) de GeoGebra que consta de un *Deslizador a* y un prisma recto rectangular que fue construido con las características que se muestran en la siguiente figura:



- Abran ese archivo, vayan al menú *Archivo* y elijan la opción *Guardar como*. Guárdenlo con el nombre *actividad3-apellido1-apellido2-apellido3.ggb*.
- La medida de b coincide con el valor del *Deslizador a*. Muevan el deslizador y observen cómo se modifica el prisma rectangular. A continuación, respondan las siguientes consignas y anoten cómo lo hicieron en sus carpetas:
 - Cambien el valor del deslizador de manera tal que el lado b mida 6 cm. ¿Cuál es la medida del volumen del prisma rectangular? ¿Y si el lado b mide 3,5 cm?
 - ¿Es posible obtener un prisma rectangular (como el del escenario) cuyo volumen sea 400 cm^3 ? Si es así, ¿cuál es la medida del lado b ? Si no, expliquen por qué.
 - ¿Es posible obtener un prisma rectangular (como el del escenario) cuyo volumen sea 238 cm^3 ? Si es así, ¿cuál es la medida del lado b ? Si no, expliquen por qué.
- Vayan al menú *Vista* y seleccionen la *Vista Gráfica 2*. Luego, desde la barra de *Entrada*, introduzcan el punto:

$$V = (b, \text{volumen})$$

A continuación, cambien la medida del lado b y observen cómo se modifica el punto V . Luego, respondan las siguientes consignas y anoten cómo lo hicieron en sus carpetas:

- Cambien la medida del lado b de forma tal que la coordenada x del punto V sea 4. ¿Cuál es la coordenada y del punto V ? ¿Qué representan estas medidas en el prisma?

- II. Cambien la medida del lado b de forma tal que la coordenada y del punto V sea mayor que 400. ¿Cuáles son todos los valores posibles para la coordenada x ? ¿Qué representan estas medidas en el prisma?
- III. Hagan un clic derecho sobre el punto V (desde cualquiera de las vistas) y seleccionen la opción *Rastro*. Al mover el deslizador, aparece una nueva gráfica: escriban una fórmula para esta función. ¿Qué tipo de función es? ¿Qué representa cada una de las variables?

Comentarios didácticos de la Actividad 3

En esta última actividad se espera que los/las estudiantes puedan analizar y reflexionar sobre el camino recorrido a través de los problemas resueltos y los aprendizajes logrados. Por otro lado, se espera que sea una oportunidad para que el/la docente evalúe qué ideas se encuentran más afianzadas y sobre cuáles será necesario seguir trabajando. En este sentido, una posible gestión de la clase es que se resuelvan las consignas en pequeños grupos sin intervención docente y luego, en una discusión colectiva, se socialicen y debatan las diferentes ideas y argumentos.

Orientaciones para la evaluación



Como se mencionó en la introducción, este material presenta una posible secuencia didáctica para el trabajo con funciones polinómicas de grados uno, dos y tres, mediado por el uso de GeoGebra. Utilizar un programa de álgebra y geometría dinámica permitirá a los/las estudiantes abordar situaciones problemáticas que, sin él, todavía no estarían en condiciones de resolver por el tipo de técnicas matemáticas que requieren. Además, contar con diferentes registros de representación que se ponen en relación aporta a una comprensión más profunda del tema.

Respecto del uso de GeoGebra, se intenta que profundicen sus conocimientos sobre el programa, al mismo tiempo que resuelven los problemas. En esta secuencia, se pretende promover un desarrollo dialéctico entre la apropiación del programa y la posibilidad de avanzar en el análisis de las funciones polinómicas. Es decir, conocer más sobre el uso de GeoGebra permite planificar y abordar en mejores condiciones el trabajo con las funciones. A su vez, conocer progresivamente más sobre las funciones con las que se trabaja permite buscar, elegir y analizar mejor las herramientas que el programa ofrece.

En ese sentido, algunas dimensiones que considerar en relación con los conocimientos que los/las estudiantes han adquirido, fruto del trabajo con los problemas planteados, pueden ser:

- El avance en la conceptualización de las funciones polinómicas de grados uno, dos y tres como modelo de situaciones geométricas.
- La progresiva identificación de procedimientos erróneos e incompletos.
- La identificación de procedimientos adecuados y su reutilización y adaptación para la resolución de nuevas situaciones.
- La progresiva apropiación de herramientas matemáticas para la utilización y la interpretación de los diferentes registros de representación, así como el análisis de la información que brinda cada uno de ellos.
- La progresiva apropiación de la necesidad de validar algebraicamente las conjeturas elaboradas —tanto las propias como las de sus compañeros/as— a partir de las exploraciones con los gráficos.
- La formulación de conjeturas que tengan paulatinamente un mayor grado de generalidad, partiendo del análisis de casos particulares hacia la elaboración de argumentos que sostienen ciertas generalizaciones.
- El avance en la utilización del programa GeoGebra para realizar las construcciones propuestas, en términos de la selección y el uso de las herramientas.

Anexo

Prisma recto de base triangular: una posible construcción con GeoGebra

El programa [GeoGebra](#) puede descargarse fácilmente y de forma gratuita. Las capturas de pantalla que se muestran, corresponden a la versión GeoGebra Clásico 5.

En la siguiente construcción se hace referencia a diferentes comandos de este programa. Para facilitar su identificación se muestran a continuación los íconos de las herramientas que se utilizarán:



A continuación, se describe una posible construcción de una familia de prismas rectos de base triangular, estudiados en la actividad 2. Estos prismas tienen las siguientes características particulares:

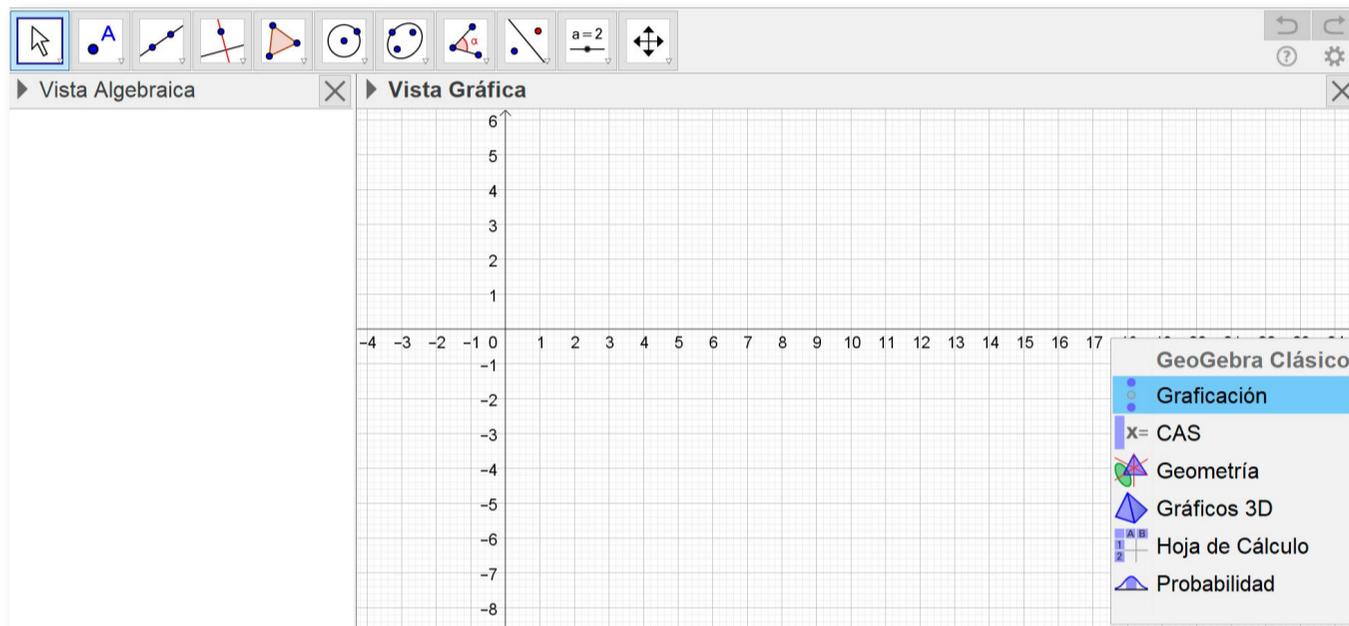
- La base es un triángulo rectángulo.
- Uno de los catetos se llama b .
- La medida de b coincide con el valor de un *Deslizador*, llamado a .
- El otro cateto se llama h y resulta ser la altura correspondiente a b .
- Este lado h tiene una medida igual a $10-a$ donde a es el valor del *Deslizador*.
- La altura del prisma recto triangular se llama H .
- H tiene una medida igual a $10-a$ donde a es el valor del *Deslizador*.

Este escenario permite relacionar entre sí la *Vista Algebraica*, la *Vista Gráfica*, la *Vista Gráfica 2* y la *Vista Gráfica 3D*.

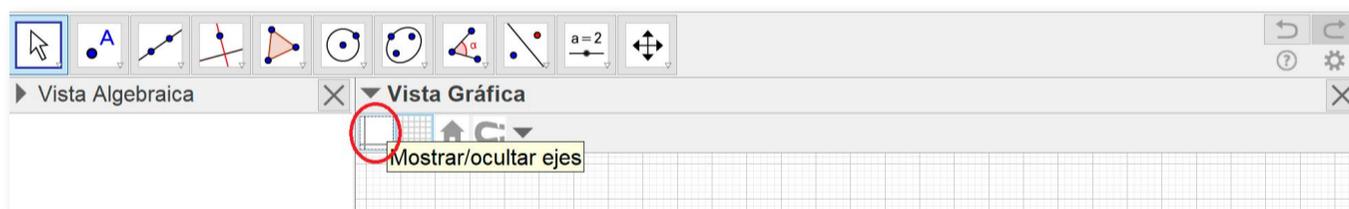
Primera parte. Construcción en dos dimensiones.

Se espera que la construcción de este escenario sea un punto de apoyo para el armado de los demás escenarios de toda la secuencia. En caso de ser necesario, pueden consultarse los anexos de los demás documentos —citados en la [bibliografía](#)— que también utilizan GeoGebra.

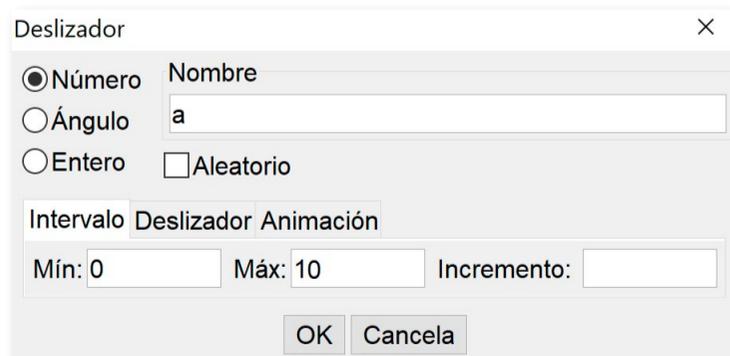
1. Abrir GeoGebra y elegir la opción *Graficación*:



2. Ocultar los ejes haciendo un clic en el menú *Vista Gráfica* y seleccionando la opción *Mostrar/ocultar ejes*:



3. Hacer clic en la herramienta *Deslizador* y, luego, hacer otro clic en cualquier lugar de la *Vista Gráfica*. Se abrirá el *Cuadro de Diálogo* de esta herramienta.

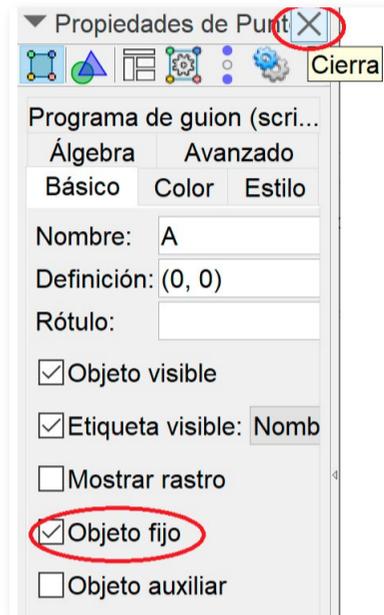


En *Nombre* completar con a , en *Mín* con 0 y en *Máx* con 10. Luego, presionar *OK*.

4. En la barra de *Entrada*, ingresar el punto $A = (0,0)$ y presionar *Enter*:

Entrada: $A=(0,0)$

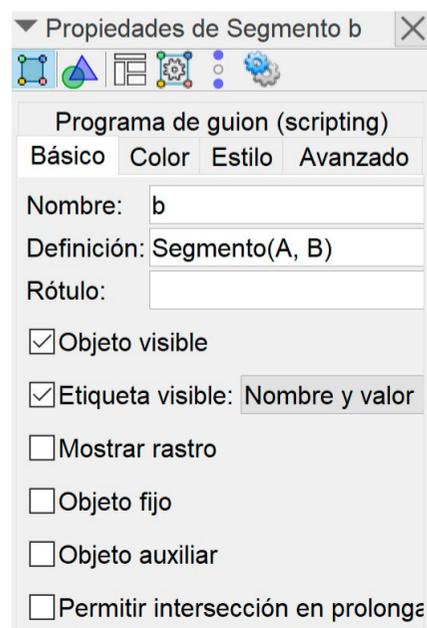
Seleccionar la herramienta *Mueve*. Hacer un clic derecho sobre el punto, elegir *Propiedades*, en la pestaña *Básico*, tildar la casilla *Objeto fijo*. Luego, cerrar ese cuadro de diálogo con la X que se encuentra en el margen superior derecho que aparece al acercar el cursor a esa zona de la pantalla.



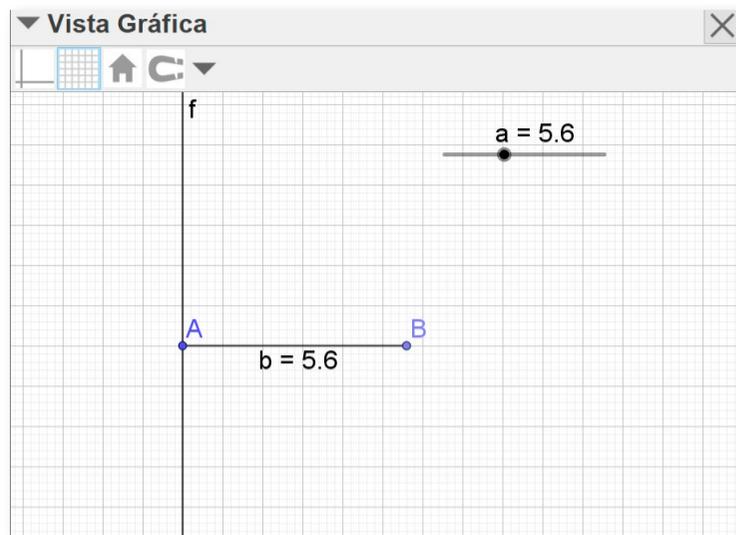
5. Desplegar la herramienta *Recta* y elegir *Segmento de longitud dada*, hacer clic en el punto A y, en el recuadro de longitud, ingresar a . Hacer clic en *OK*.



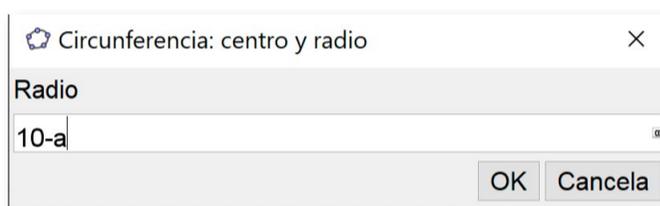
6. Con un clic derecho sobre el *Segmento(A, B)*, elegir la opción *Propiedades* y en *Nombre* escribir b ; y en *Etiqueta Visible* elegir la opción *Nombre y valor*.



7. Seleccionar la herramienta *Perpendicular*, hacer clic en el punto *A* y luego en el segmento.



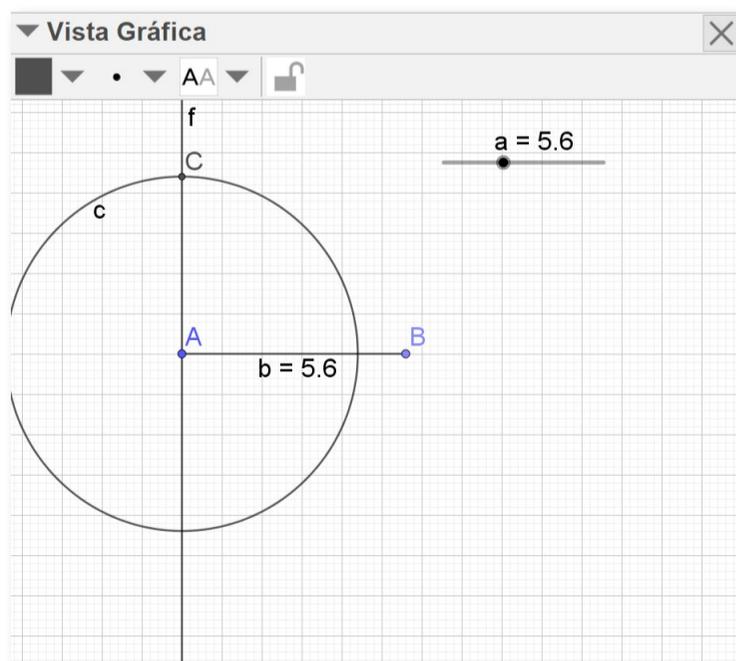
8. Desplegar la herramienta *Circunferencia (centro, punto)* y elegir *Circunferencia: centro y radio*. Hacer clic en el punto *A* y, en el recuadro de radio, completar $10-a$. Hacer clic en *OK*.



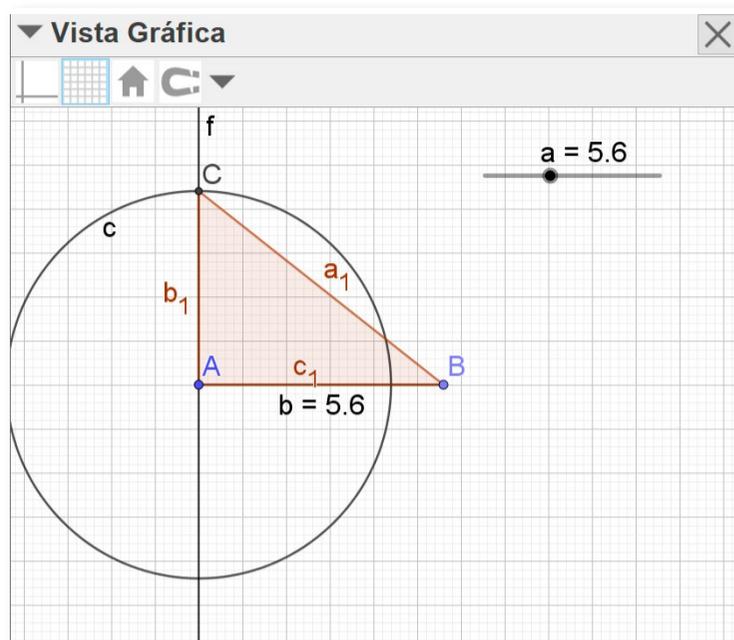
9. Elegir la herramienta *Intersección* y hacer clic en un punto de intersección entre la recta y la circunferencia.

Este punto se llamará *C*.

Observación: para esta construcción se eligió el punto ubicado en la parte superior del plano.

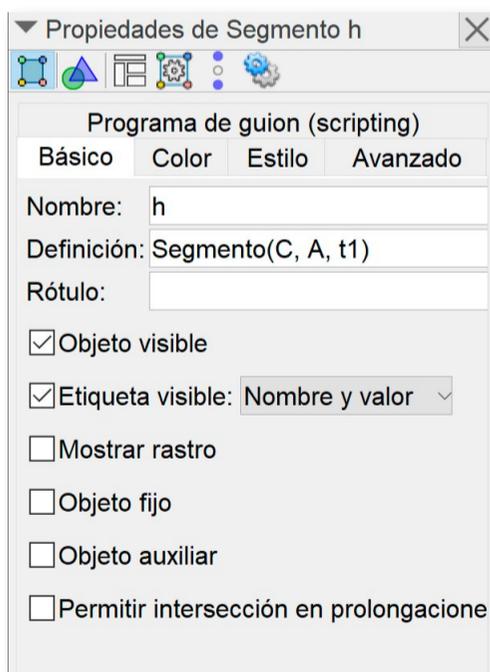


10. Seleccionar la herramienta *Polígono* y construir un triángulo haciendo clic en los vértices: A, B, C, A.

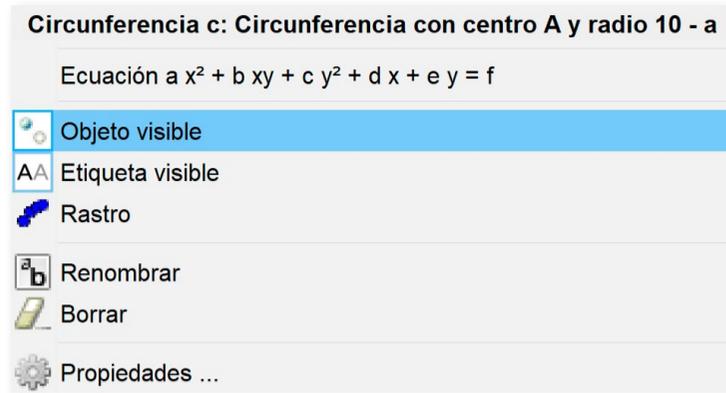


11. Elegir el segmento b_1 del triángulo en la *Vista Algebraica*, hacer clic con el botón derecho y acceder al menú propiedades.

En la pestaña *Básico*, en *Nombre*, escribir h y en *Etiqueta visible* elegir la opción *Nombre y valor*. Cerrar el cuadro de diálogo con la X del margen superior derecho.



12. Para ocultar la circunferencia, hacer clic con el botón derecho en la circunferencia (desde la *Vista Algebraica* o desde la *Vista Gráfica*) y elegir la opción *Objeto visible*, de forma tal que quede destildada. Repetir este paso con la recta $f: x=0$.

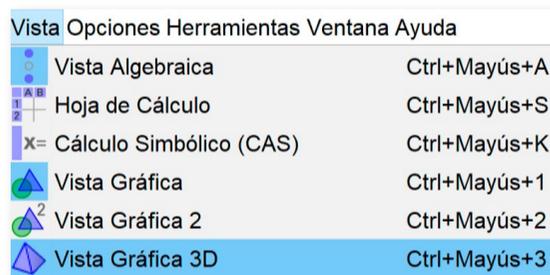


Hasta acá, se construyó un triángulo rectángulo donde uno de los catetos tiene la medida del deslizador a , y el otro cateto, $10-a$. Se puede observar que, cuando se mueve el deslizador, se modifican las medidas de los lados del triángulo pero conserva la característica de tener un ángulo recto.

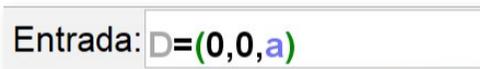
A continuación se seguirá trabajando en el mismo archivo de GeoGebra, con la intención de construir la familia de prismas rectos triangulares.

Segunda parte. Construcción en tres dimensiones

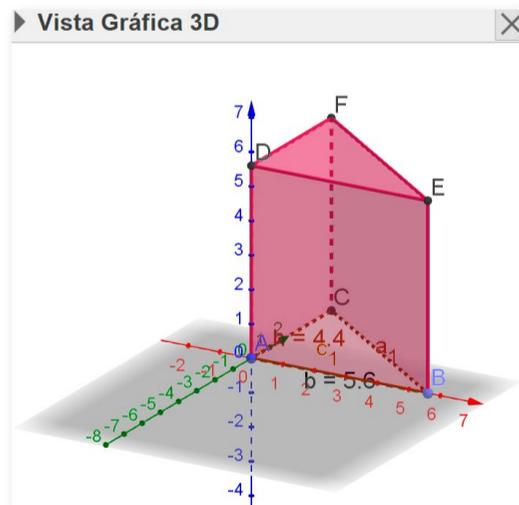
- Desde el menú *Vista*, hacer clic en *Vista Gráfica 3D*.



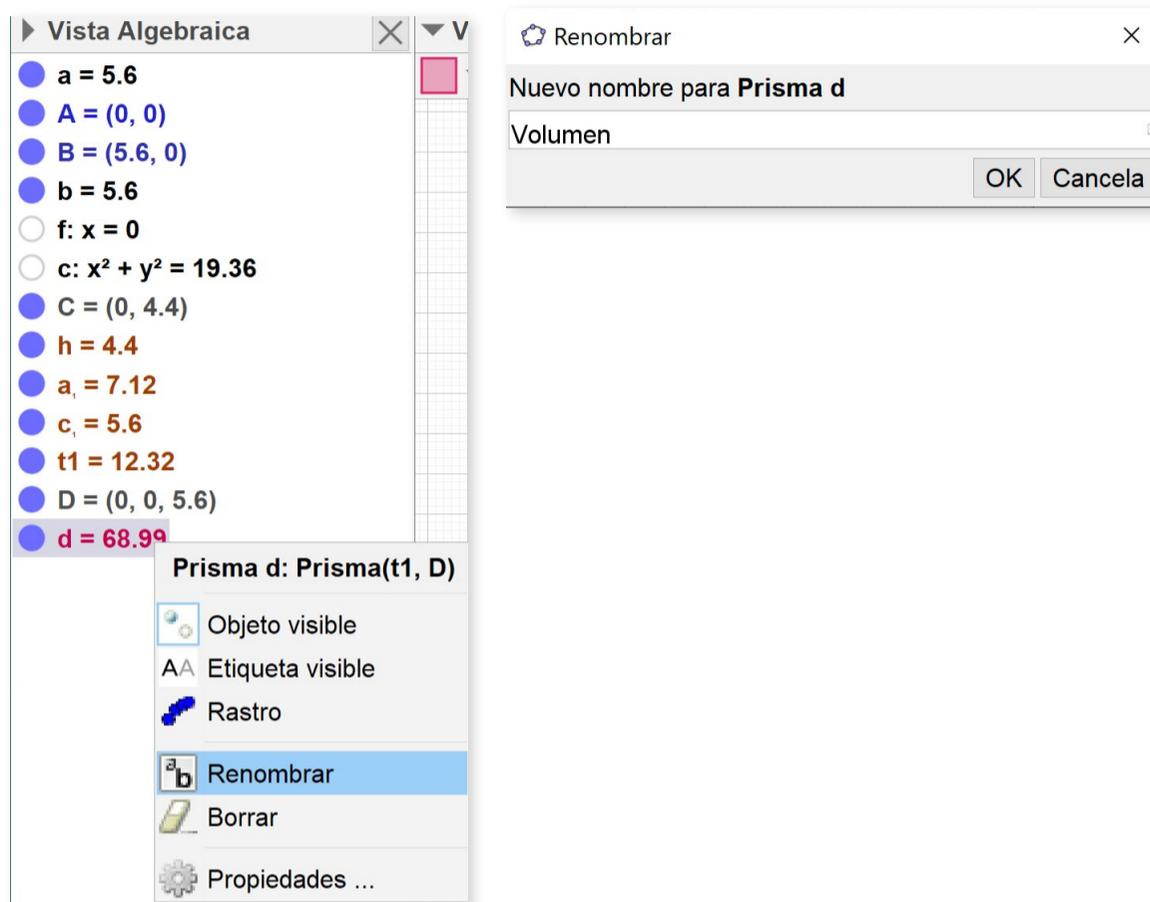
- Ingresar desde la barra de *Entrada*: $D = (0, 0, a)$ y presionar *Enter*.



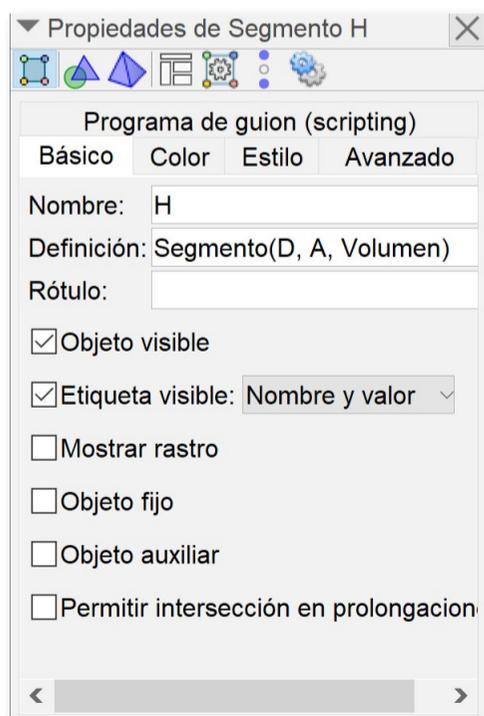
- Elegir la herramienta *Prisma*. Desde la *Vista Gráfica 3D*, hacer un clic en el triángulo y luego un clic en el punto D .



16. Hacer clic con el botón derecho (desde la *Vista Algebraica*) en el prisma creado: objeto *d*. Elegir la opción *Renombrar*, llamarlo *Volumen* y seleccionar *OK*.



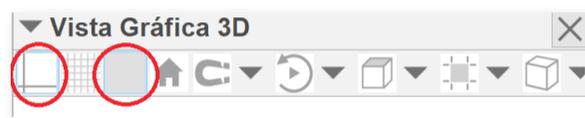
17. Con un clic derecho elegir la arista *AD* del prisma (desde la *Vista Gráfica 3D*) y acceder al menú *Propiedades*.



En la pestaña *Básico*, en *Nombre* poner *H*, tildar *Etiqueta visible* y elegir la opción *Nombre y valor*, luego destildar la casilla *Objeto auxiliar*. Cerrar este cuadro de diálogo con la X del margen superior derecho.

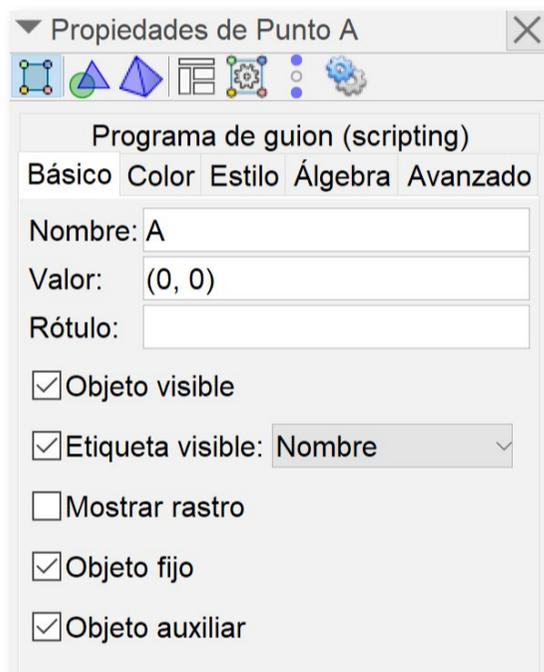
Tercera parte. Ordenar los objetos

18. Para ocultar los ejes y el plano, hacer clic en los íconos de la ventana correspondiente a la *Vista Gráfica 3D*.



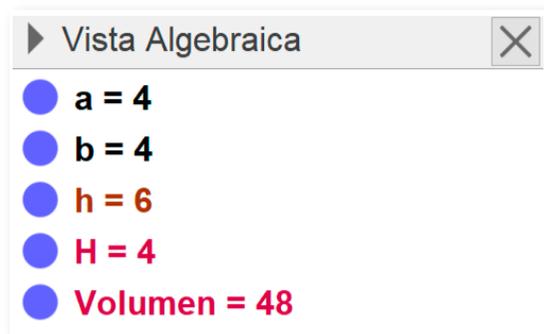
19. Para el desarrollo de la secuencia, no resultan necesarios algunos elementos de la *Vista Algebraica*. Por eso se optó por ocultarlos para simplificar el escenario:

- Hacer clic con el botón derecho en a_1 (*Vista Gráfica*) y destildar la opción *Etiqueta visible*.
- Elegir el punto A , hacer clic con el botón derecho y acceder al menú de propiedades. Tildar la casilla *Objeto auxiliar*.



- Repetir este paso con los siguientes objetos: Punto B , Punto C , Punto D , Recta f ($x = 0$), Circunferencia c , Segmento a_1 , Segmento c_1 , Triángulo $t1$.
- Hacer clic con el botón derecho en el Punto E (*Vista Gráfica 3D*) y destildar la opción *Objeto Visible*. Repetir este paso con el Punto F .
- Hacer clic con el botón derecho en *Volumen* (*Vista Algebraica*) y destildar la opción *Etiqueta visible*.
- Seleccionar la herramienta *Ángulo* hacer clic en los puntos B , A y C (en ese orden). Luego con la herramienta *Mueve*, hacer clic con el botón derecho en el ángulo α y acceder a *Propiedades*. Tildar *Objeto auxiliar* y destildar *Etiqueta visible*.

- Al finalizar este proceso, en la *Vista Algebraica* solo deben quedar visibles a , b , h , H y *volumen*.



Finalmente, se construyeron prismas triangulares con ciertas características particulares (mencionadas al inicio de este anexo). Se puede observar que, al mover el deslizador, cambian las medidas de los lados del triángulo y la medida de la altura del prisma, de acuerdo con la construcción realizada. Es decir que, cada vez que se modifica el valor del deslizador, se obtiene un prisma con unas medidas determinadas. Es por esto que el escenario permite estudiar una familia de prismas rectos triangulares.

Bibliografía

Bibliografía consultada

Ministerio de Educación [M.E.]. Dirección General de Planeamiento e Innovación Educativa. (2015). [Diseño Curricular para la Nueva Escuela Secundaria. Ciclo Orientado del Bachillerato](#). Formación General. Buenos Aires, Argentina: GCABA.

Bibliografía recomendada

Acosta, L., Andrés, M., Brunand, M., Cervio, M., Coronel, M. T., Di Rico, E., Sessa, C. (2018). Funciones y Geogebra: análisis de una secuencia didáctica y de las experiencias de los estudiantes interactuando con nuevas representaciones. [VII Reunión Pampeana de Educación Matemática, Memorias REPEM](#), Vol. 7, (pp. 21-24). La Pampa, Argentina.

Esta secuencia estudia el concepto de función entendiéndola como un modelo para estudiar la variación de magnitudes geométricas; a partir de un escenario construido en GeoGebra. En ella se analizan producciones de los estudiantes, presentadas en forma de registros de clase y videos de las pantallas de las computadoras.

Fioriti, G., & Sessa, C. (2015). [Introducción al trabajo con polinomios y funciones polinómicas](#). Buenos Aires: UNIPE Editorial Universitaria.

Este libro presenta una propuesta para un posible abordaje de los polinomios y de las funciones polinómicas en la escuela secundaria, mediado por el uso de tecnología (GeoGebra). Además incorpora comentarios docentes y episodios de aula de los problemas involucrados.

Ministerio de Educación [M.E.I.]. Dirección General de Planeamiento e Innovación Educativa. (2014). [Matemática. Función cuadrática, parábola y ecuaciones de segundo grado](#). Buenos Aires, Argentina: GCABA.

Este material es una propuesta para la enseñanza de la función cuadrática y la parábola. Se abordan distintos aspectos de la función cuadrática a partir de la formulación y del análisis de un conjunto de problemas.

Ministerio de Educación e Innovación [M.E.I.]. Dirección General de Planeamiento e Innovación Educativa. (2018). [*Ecuación de la recta y resolución de ecuaciones con GeoGebra. Parte 1.*](#) Buenos Aires, Argentina: GCABA.

Esta secuencia propone el estudio de problemas sobre la ecuación de la recta, mediados por el uso de GeoGebra.

Ministerio de Educación e Innovación [M.E.I.]. Dirección General de Planeamiento e Innovación Educativa. (2018). [*Ecuación de la recta y resolución de ecuaciones con GeoGebra. Parte 2.*](#) Buenos Aires, Argentina: GCABA.

Esta secuencia propone el estudio de problemas sobre la ecuación de la recta, mediados por el uso de GeoGebra. Profundiza el trabajo iniciado en la primera parte de esta secuencia y abona a la construcción de sentido de las nociones relacionadas con el planteo y la resolución de ecuaciones.

Ministerio de Educación e Innovación [M.E.I.]. Dirección General de Planeamiento e Innovación Educativa. (2018). [*Construcción de triángulos con GeoGebra.*](#) Buenos Aires, Argentina: GCABA.

Esta secuencia propone el estudio de problemas que involucran diferentes construcciones de triángulos, mediados por el uso de GeoGebra.

Ministerio de Educación e Innovación [M.E.I.]. Dirección General de Planeamiento e Innovación Educativa. (2018). [*Construcciones de cuadriláteros con GeoGebra.*](#) Buenos Aires, Argentina: GCABA.

Esta secuencia propone el estudio de problemas que involucran diferentes construcciones de cuadriláteros, mediados por el uso de GeoGebra.

Ministerio de Educación e Innovación [M.E.I.]. Dirección General de Planeamiento e Innovación Educativa. (2018). [*Función lineal: variación uniforme.*](#) Buenos Aires, Argentina: GCABA.

Esta secuencia propone el estudio de problemas sobre las funciones lineales, tanto contextualizados como des-contextualizados. En este caso, se pone el foco en el estudio de la variación uniforme.

Ministerio de Educación e Innovación [M.E.I.]. Dirección General de Planeamiento e Innovación Educativa. (2019). [*Funciones cuadráticas con GeoGebra.*](#) Buenos Aires, Argentina: GCABA.

Esta secuencia propone el estudio de problemas sobre las funciones cuadráticas, mediados por el uso de GeoGebra.

Notas

- ¹ Se sugiere la lectura y el trabajo con los siguientes documentos: [Función lineal: variación uniforme](#) (2018) y de [Función cuadrática, parábola y ecuaciones de segundo grado](#) (2014).
- ² Pueden consultarse otras propuestas con GeoGebra: [Ecuación de la recta y resolución de ecuaciones con GeoGebra. Parte 1](#) (2018), [Ecuación de la recta y resolución de ecuaciones con GeoGebra. Parte 2](#) (2018), [Funciones cuadráticas con GeoGebra](#) (2019), [Construcción de triángulos con GeoGebra](#) (2018), [Construcciones de cuadriláteros con GeoGebra](#) (2018).
- ³ El término escenario se utiliza para denominar a una construcción realizada en GeoGebra que se ofrece para ser usada como insumo en la resolución de una actividad.



Vamos Buenos Aires