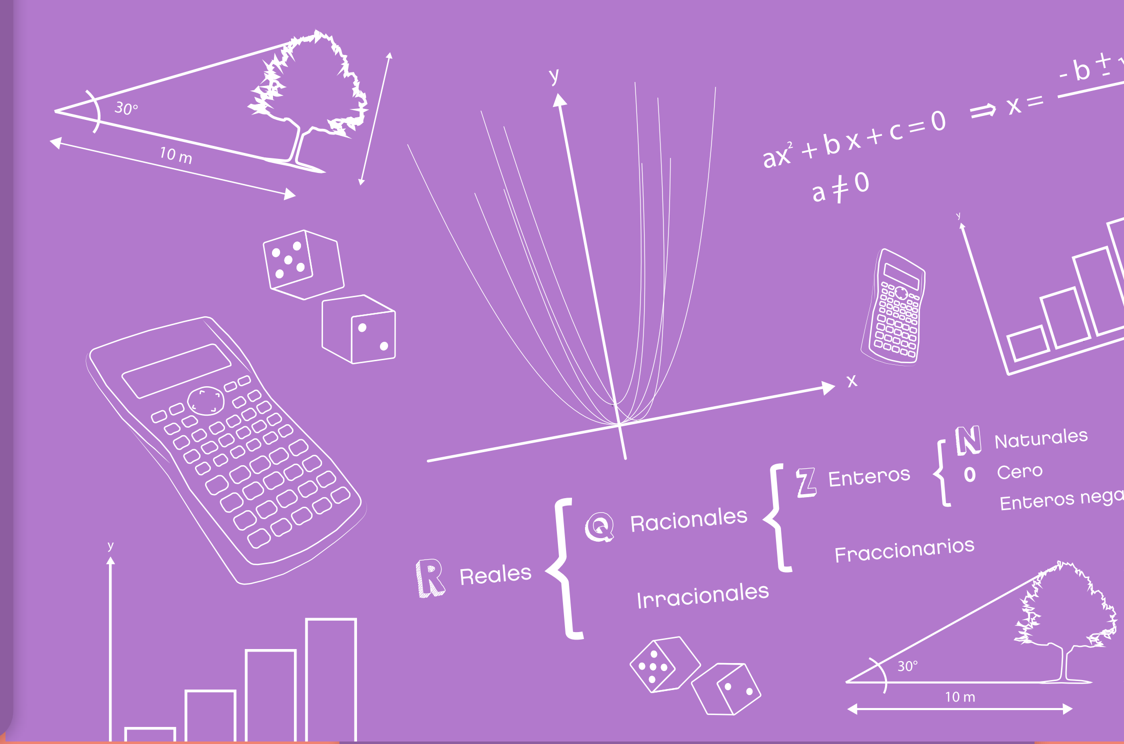
Matemática



Segundo año

Función lineal: variación uniforme

Serie PROFUNDIZACIÓN · NES

Buenos Aires Ciudad

Vamos Buenos Aires

Jefe de Gobierno
Horacio Rodríguez Larreta

Ministra de Educación e Innovación
María Soledad Acuña

Subsecretario de Planeamiento e Innovación Educativa
Diego Javier Meiriño

Directora General de Planeamiento Educativo
María Constanza Ortiz

Gerente Operativo de Currículum
Javier Simón

Director General de Tecnología Educativa
Santiago Andrés

Gerenta Operativa de Tecnología e Innovación Educativa
Mercedes Werner

Subsecretaria de Coordinación Pedagógica y Equidad Educativa
Andrea Fernanda Bruzos Bouchet

Subsecretario de Carrera Docente y Formación Técnica Profesional
Jorge Javier Tarulla

Subsecretario de Gestión Económico Financiera y Administración de Recursos
Sebastián Tomaghelli

Subsecretaría de Planeamiento e Innovación Educativa (SSPLINED)

Dirección General de Planeamiento Educativo (DGPLEDU)
Gerencia Operativa de Currículum (GOC)
Javier Simón

Equipo de generalistas de Nivel Secundario: Isabel Malamud (coordinación), Cecilia Bernardi, Bettina Bregman, Ana Campelo, Julieta Jakubowicz, Marta Libedinsky, Carolina Lifschitz, Julieta Santos

Especialistas: Carla Cabalcabué, Rosa María Escayola, Valeria Ricci, Ruth Schaposchnik, Inés Zuccarelli

Dirección General de Tecnología Educativa (DGTEDU)
Gerencia Operativa Tecnología e Innovación Educativa (INTEC)
Mercedes Werner

Especialistas de Educación Digital: Julia Campos (coordinación), Cecilia Hvalsoe, Eugenia Kirsanov

---

Coordinación de materiales y contenidos digitales (DGPLEDU): Mariana Rodríguez
Colaboración y gestión: Manuela Luzzani Ovide
Coordinación de series Profundización NES y
Propuestas Didácticas Primaria: Silvia Saucedo

Equipo editorial externo
Coordinación editorial: Alexis B. Tellechea
Diseño gráfico: Estudio Cerúleo
Edición: Fabiana Blanco, Natalia Ribas
Corrección de estilo: Lupe Deveza

Idea Original de Proyecto de Edición y Diseño (GOC)
Edición: Gabriela Berajá, María Laura Cianciolo, Andrea Finocchiaro, Bárbara Gomila, Marta Lacour, Sebastián Vargas
Diseño gráfico: Octavio Bally, Silvana Carretero, Ignacio Cismondi, Alejandra Mosconi, Patricia Peralta
Actualización web: Leticia Lobato

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires
Matemática : función lineal : variación uniforme. - 1a edición para el profesor - Ciudad Autónoma de Buenos Aires : Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Ministerio de Educación e Innovación, 2018.
Libro digital, PDF - (Profundización NES)

Archivo Digital: descarga y online
ISBN 978-987-673-371-7

1. Matemática. 2. Educación Secundaria. CDD 510.712

ISBN 978-987-673-371-7

Las denominaciones empleadas en este material y la forma en que aparecen presentados los datos que contiene no implica, de parte del Ministerio de Educación e Innovación del Gobierno de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires, juicio alguno sobre la condición jurídica o nivel de desarrollo de los países, territorios, ciudades o zonas, o de sus autoridades, ni respecto de la delimitación de sus fronteras o límites.

En este material se evitó el uso explícito del género femenino y masculino en simultáneo y se ha optado por emplear el género masculino, a efectos de facilitar la lectura y evitar las duplicaciones. No obstante, se entiende que todas las menciones en el género masculino representan siempre a varones y mujeres, salvo cuando se especifique lo contrario.

Fecha de consulta de imágenes, videos, textos y otros recursos digitales disponibles en internet: 15 de septiembre de 2018.

Subsecretaría de Planeamiento e Innovación Educativa / Dirección General de Planeamiento Educativo / Gerencia Operativa de Currículum.
Holmberg 2548/96, 2° piso - C1430DOV - Ciudad Autónoma de Buenos Aires.

Presentación

La serie de materiales Profundización de la NES presenta distintas propuestas de enseñanza en las que se ponen en juego tanto los contenidos –conceptos, habilidades, capacidades, prácticas, valores y actitudes– definidos en el *Diseño Curricular de la Nueva Escuela Secundaria* de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires, Resolución N.° 321/MEGC/2015, como nuevas formas de organizar los espacios, los tiempos y las modalidades de enseñanza.

El tipo de propuestas que se presentan en esta serie se corresponde con las características y las modalidades de trabajo pedagógico señaladas en la Resolución CFE N.° 93/09 para fortalecer la organización y la propuesta educativa de las escuelas de nivel secundario de todo el país. Esta norma –actualmente vigente y retomada a nivel federal por la propuesta "Secundaria 2030", Resolución CFE N.° 330/17– plantea la necesidad de instalar "distintos modos de apropiación de los saberes que den lugar a: nuevas formas de enseñanza, de organización del trabajo de los profesores y del uso de los recursos y los ambientes de aprendizaje". Se promueven también nuevas formas de agrupamiento de los estudiantes, diversas modalidades de organización institucional y un uso flexible de los espacios y los tiempos que se traduzcan en propuestas de talleres, proyectos, articulación entre materias, debates y organización de actividades en las que participen estudiantes de diferentes años. En el ámbito de la Ciudad, el *Diseño Curricular de la Nueva Escuela Secundaria* incorpora temáticas nuevas y emergentes y abre la puerta para que en la escuela se traten problemáticas actuales de significatividad social y personal para los estudiantes.

Existe acuerdo sobre la magnitud de los cambios que demanda la escuela secundaria para lograr convocar e incluir a todos los estudiantes y promover efectivamente los aprendizajes necesarios para el ejercicio de una ciudadanía responsable y la participación activa en ámbitos laborales y de formación. Es importante resaltar que, en la coyuntura actual, tanto los marcos normativos como el *Diseño Curricular* jurisdiccional en vigencia habilitan e invitan a motorizar innovaciones imprescindibles.

Si bien ya se ha recorrido un importante camino en este sentido, es necesario profundizar, extender e instalar propuestas que efectivamente hagan de la escuela un lugar convocante para los estudiantes y que, además, ofrezcan reales oportunidades de aprendizaje. Por lo tanto, sigue siendo un desafío:

- El trabajo entre docentes de una o diferentes áreas que promueva la integración de contenidos.
- Planificar y ofrecer experiencias de aprendizaje en formatos diversos.
- Elaborar propuestas que incorporen oportunidades para el aprendizaje y el ejercicio de capacidades.

Los materiales elaborados están destinados a los docentes y presentan sugerencias, criterios y aportes para la planificación y el despliegue de las tareas de enseñanza, desde estos lineamientos. Se incluyen también propuestas de actividades y experiencias de aprendizaje para los estudiantes y orientaciones para su evaluación. Las secuencias han sido diseñadas para admitir un uso flexible y versátil de acuerdo con las diferentes realidades y situaciones institucionales.

La serie reúne dos líneas de materiales: una se basa en una lógica disciplinar y otra presenta distintos niveles de articulación entre disciplinas (ya sean areales o interareales). Se introducen también materiales que aportan a la tarea docente desde un marco didáctico con distintos enfoques de planificación y de evaluación para acompañar las diferentes propuestas.

El lugar otorgado al abordaje de problemas interdisciplinarios y complejos procura contribuir al desarrollo del pensamiento crítico y de la argumentación desde perspectivas provenientes de distintas disciplinas. Se trata de propuestas alineadas con la formación de actores sociales conscientes de que las conductas individuales y colectivas tienen efectos en un mundo interdependiente.

El énfasis puesto en el aprendizaje de capacidades responde a la necesidad de brindar a los estudiantes experiencias y herramientas que permitan comprender, dar sentido y hacer uso de la gran cantidad de información que, a diferencia de otras épocas, está disponible y fácilmente accesible para todos. Las capacidades son un tipo de contenidos que debe ser objeto de enseñanza sistemática. Para ello, la escuela tiene que ofrecer múltiples y variadas oportunidades para que los estudiantes las desarrollen y consoliden.

Las propuestas para los estudiantes combinan instancias de investigación y de producción, de resolución individual y grupal, que exigen resoluciones divergentes o convergentes, centradas en el uso de distintos recursos. También, convocan a la participación activa de los estudiantes en la apropiación y el uso del conocimiento, integrando la cultura digital. Las secuencias involucran diversos niveles de acompañamiento y autonomía e instancias de reflexión sobre el propio aprendizaje, a fin de habilitar y favorecer distintas modalidades de acceso a los saberes y los conocimientos y una mayor inclusión de los estudiantes.

En este marco, los materiales pueden asumir distintas funciones dentro de una propuesta de enseñanza: explicar, narrar, ilustrar, desarrollar, interrogar, ampliar y sistematizar los contenidos. Pueden ofrecer una primera aproximación a una temática formulando dudas e interrogantes, plantear un esquema conceptual a partir del cual profundizar, proponer actividades de exploración e indagación, facilitar oportunidades de revisión, contribuir a la integración y a la comprensión, habilitar oportunidades de aplicación en contextos novedosos e invitar a imaginar nuevos escenarios y desafíos. Esto supone que en algunos casos se podrá adoptar la secuencia completa o seleccionar las partes que se consideren más convenientes; también se podrá plantear un trabajo de mayor articulación entre docentes o un trabajo que exija acuerdos entre los mismos. Serán los equipos docentes quienes elaborarán propuestas didácticas en las que el uso de estos materiales cobre sentido.

Iniciamos el recorrido confiando en que constituirá un aporte para el trabajo cotidiano. Como toda serie en construcción, seguirá incorporando y poniendo a disposición de las escuelas de la Ciudad nuevas propuestas, dando lugar a nuevas experiencias y aprendizajes.

Diego Javier Meiriño
Subsecretario de Planeamiento
e Innovación Educativa

Gabriela Laura Gürtner
Jefa de Gabinete de la Subsecretaría de
Planeamiento e Innovación Educativa

¿Cómo se navegan los textos de esta serie?

Los materiales de Profundización de la NES cuentan con elementos interactivos que permiten la lectura hipertextual y optimizan la navegación.

Para visualizar correctamente la interactividad se sugiere bajar el programa Adobe Acrobat Reader que constituye el estándar gratuito para ver e imprimir documentos PDF.

Portada

Flecha interactiva que lleva a la página posterior.

Pie de página

Volver a vista anterior — Al cliquear regresa a la última página vista.

Ícono que permite imprimir.

7 — Folio, con flechas interactivas que llevan a la página anterior y a la página posterior.

Índice interactivo

Introducción

Plaquetas que indican los apartados principales de la propuesta.

Itinerario de actividades

Actividad 1
El tanque de agua
Analizar una situación de variación uniforme que no es una función de proporcionalidad directa, a partir del estudio de la

Organizador interactivo que presenta la secuencia completa de actividades.

Actividades

El tanque de agua — Actividad 1

Discutan y resuelvan en parejas el siguiente problema. Anoten en sus carpetas todo lo que pensaron (cuentas, procedimientos, discusiones entre ustedes, conclusiones, etc.) para después analizarlo junto con toda la clase.

Actividad anterior — Actividad siguiente

Actividad anterior — Botón que lleva a la actividad anterior.

Actividad siguiente — Botón que lleva a la actividad siguiente.

Sistema que señala la posición de la actividad en la secuencia.

Íconos y enlaces

1 Símbolo que indica una cita o nota aclaratoria. Al cliquear se abre un *pop-up* con el texto:

Ovidescim repti ipita voluptis audi iducit ut qui adis moluptur? Quia poria dusam serspero voloris quas quid moluptur?Luptat. Upti cumAgnimustrum est ut

Los números indican las referencias de notas al final del documento.

El color azul y el subrayado indican un vínculo a la web o a un documento externo.

"Título del texto, de la actividad o del anexo" — Indica enlace a un texto, una actividad o un anexo.

Indica apartados con orientaciones para la evaluación.

Índice interactivo

Introducción

La siguiente secuencia está pensada para introducir a los estudiantes en el trabajo con las funciones lineales. A modo orientativo, se muestran estrategias que podrían desplegar en relación con las actividades que se proponen. En la realidad del aula, es probable que estas ideas no siempre tengan las mismas características, o que aparezcan a partir de actividades similares a las presentadas aquí. Con estas anticipaciones, no se aspira a que el docente pueda prever todo lo que sucederá efectivamente en la clase, sino a colaborar con la apropiación de un repertorio de criterios y propósitos que lo orienten en la selección de una intervención adecuada para ajustarse al diálogo específico que se produzca con los estudiantes.

Es importante aclarar que no se espera que, necesariamente, ellos encuentren en un primer intento las estrategias para resolver correctamente las actividades ni que expresen las relaciones en los términos descriptos en este documento. En este sentido, sobre la base de los intentos de los estudiantes y de los intercambios colectivos, el docente puede enseñar —mostrar y explicar— una estrategia posible para poner en juego y luego dar la oportunidad de que la reutilicen, la desarrollen, la transformen para otros casos. Es decir, se resalta la necesidad y el valor central de las explicaciones del docente en diferentes momentos de la tarea.

Las actividades presentadas en este documento tienen la intención de involucrar a los estudiantes en una actividad de producción matemática. Esto es, se busca que, con la intervención docente, puedan ensayar, equivocarse, desarrollar diferentes resoluciones, analizar estrategias desplegadas por sus compañeros y tomar una posición argumentada frente a ellas. Este tipo de trabajo matemático resulta enriquecedor, pero también complejo, por lo que no se espera que se logre de un día para el otro ni con el transcurso de una única secuencia.

Por otro lado, desde el enfoque didáctico que sostiene esta propuesta, se entiende que los enunciados presentan una complejidad particular, en tanto aluden a situaciones problemáticas nuevas para los estudiantes. En este sentido, se espera que dichos enunciados puedan ser discutidos y consensuados en el colectivo de la clase, junto con el docente a cargo. De este modo, el enunciado final resultará producto de dicho intercambio.

En el siguiente material se incluye un recorrido posible pero no único. En función de las particularidades del grupo con el que se trabaje, los docentes pueden agregar problemas similares intercalados, modificar las actividades o recortarlas según lo consideren necesario desde el punto de vista didáctico.

A continuación, se ofrece una secuencia para el inicio en el estudio de las funciones lineales poniendo el foco en la *variación uniforme* [1], característica que las identifica. Se propone un trabajo que se apoye sobre los conocimientos de los estudiantes acerca de las relaciones de proporcionalidad directa y que, a la vez, ponga de manifiesto las continuidades y las rupturas que se generan en el abordaje de situaciones que involucran una variación uniforme pero que no son relaciones de proporcionalidad directa.

A la hora de resolver esta secuencia, se espera que los estudiantes ya hayan trabajado con la lectura y la construcción de gráficos cartesianos. Es decir, que tengan un recorrido previo con actividades que les hayan permitido conocer convenciones para la confección y el análisis de gráficos: ramas positivas y negativas de los ejes, ubicación del cero, escalas, etc. Del mismo modo, se espera que hayan tenido contacto previo con algunas nociones relacionadas con el concepto de función, tales como dependencia, variación, variable dependiente e independiente. Estos conceptos se continuarán abordando y consolidando durante la secuencia y, seguramente, durante todo el aprendizaje futuro en torno a las distintas familias de funciones, eje articulador del trabajo matemático en la escuela secundaria.

A lo largo de esta secuencia, se propone el análisis y la construcción de distintos registros de representación —tablas, gráficos, fórmulas y enunciados—, así como también trabajar las relaciones entre ellos. Es decir, dichos registros serán insumos para el estudio de las funciones lineales. En particular, el rol de las tablas no será únicamente el de hallar pares ordenados, sino que estas habilitarán el estudio de la variación desde los “saltos” entre renglones. En síntesis, la complejidad que implica la construcción de un entretejido de relaciones en torno a los registros de representación supone el avance hacia una comprensión profunda de las funciones lineales y sus características.

En la primera parte, se proponen diferentes situaciones en contextos extramatemáticos a partir de diferentes registros de representación. Las funciones que modelizan situaciones presentan distintas características: variación creciente o decreciente, pendiente entera o fraccionaria, etc. Además, el análisis de los distintos registros permitirá estudiar las características de la variación lineal en cada uno de ellos.

En la segunda parte, se presentan problemas descontextualizados en los que se profundiza sobre algunas nociones básicas, se introduce el concepto de pendiente como la variación de la variable dependiente por cada unidad que aumenta la variable independiente (variación por unidad) y se establecen ciertas convenciones acerca de la notación.

Por último, se ofrecen algunas orientaciones para la evaluación que incluyen posibles actividades que apuntan a explicitar ciertas ideas y conceptos que serán la base para avanzar en la construcción de nuevos conocimientos acerca de la función lineal.

Contenidos y objetivos de aprendizaje

En esta propuesta se seleccionaron los siguientes contenidos y objetivos de aprendizaje del espacio curricular de Matemática para segundo año de la NES:

Ejes/Contenidos	Objetivos de aprendizaje	Capacidades
Funciones y álgebra • Revisión de la noción de función lineal como modelo de variación constante. • Identificación de puntos que pertenecen al gráfico de la función. • Problemas que se modelizan con funciones lineales con una variable. Problemas con infinitas soluciones.	• Reconocer diferencias y similitudes entre la función lineal y la de proporcionalidad directa comprendiendo los conceptos de pendiente y ordenada al origen, identificar sus significados en los gráficos y en los diferentes contextos. • Resolver problemas lineales que se modelizan usando funciones.	• Resolución de problemas.

Educación Digital

Desde la Educación Digital se propone que los estudiantes puedan desarrollar las competencias necesarias para realizar un uso crítico, criterioso y significativo de las tecnologías digitales transversales a las propuestas pedagógicas de cada actividad. Para ello —y según lo planteado en el "Marco para la Educación Digital" del *Diseño Curricular* de la NES—, es preciso pensarlas aquí en tanto recursos disponibles para potenciar los procesos de aprendizaje y la construcción de conocimiento en forma articulada y contextualizada con las áreas de conocimiento, y de manera transversal.

Marco para la Educación Digital

Competencias digitales involucradas	Objetivos de aprendizaje
• Competencias funcionales y transferibles. • Colaboración.	• Comprender el funcionamiento de las TIC y utilizarlas de manera responsable para los propósitos de las actividades propuestas. • Comunicar, colaborar y compartir ideas, favoreciendo la creación de contenidos con otras personas.

Itinerario de actividades

Primera parte
Problemas en diferentes contextos

Actividad 1

El tanque de agua

Analizar una situación de variación uniforme que no es una función de proporcionalidad directa, a partir del estudio de la variación del volumen de agua en un tanque en función del tiempo.

1

Actividad 2

Llenar una pileta

Trabajar con una nueva situación de variación uniforme poniendo el foco en la fórmula y en el gráfico.

2

Actividad 3

El termotanque

Abordar un nuevo problema que involucra una variación uniforme y confeccionar un gráfico cartesiano. Volver a trabajar sobre la fórmula.

3

Actividad 4

Un viaje en auto

Resolver un problema en contexto, donde los datos estarán dados mediante un texto y un gráfico. Trabajar sobre la lectura de dicho gráfico y el armado de una fórmula.

4

Segunda parte

Problemas para seguir estudiando las funciones lineales

Actividad 5

Una función lineal

Comenzar a estudiar una función lineal en un problema descontextualizado.

5

Actividad 6

Diferentes fórmulas para una función

Analizar diferentes fórmulas posibles para una función partiendo de un texto que describe su variación.

6

Orientaciones didácticas y actividades

A continuación, se presentan las actividades sugeridas para los estudiantes, acompañadas de orientaciones para los docentes.

Primera parte
Problemas en diferentes contextos

Actividad 1. El tanque de agua

En el primer problema, se busca estudiar una situación que involucra una variación uniforme que no es una relación de proporcionalidad directa. Es decir, será un primer ejemplo donde los estudiantes deberán elaborar estrategias que se apoyan en nociones relacionadas con la proporcionalidad —en tanto la variación es proporcional— pero estas, a su vez, resultan insuficientes para responder a la pregunta.

El hecho de que el enunciado ofrezca más datos de los estrictamente necesarios para contestar la pregunta permite que aparezcan distintas resoluciones genuinas, que los estudiantes tengan que tomar más decisiones (elegir cuáles van a usar) y, luego, que tengan que explicitarlas en el momento del trabajo colectivo. A su vez, este abordaje dará lugar al análisis crítico del trabajo de los compañeros.

El tanque de agua

Actividad 1

Discutan y resuelvan en parejas el siguiente problema. Anoten en sus carpetas todo lo que pensaron (cuentas, procedimientos, discusiones entre ustedes, conclusiones, etc.) para después analizarlo junto con toda la clase.

Julia trabaja en una empresa que tiene un tanque de agua que se llena con una bomba, siempre al mismo ritmo. Esta mañana tuvo que registrar en una tabla el volumen de agua que contenía el tanque en ciertos momentos. Al momento de encender la bomba el tanque ya contenía algo de agua. Por una distracción, no pudo observar la marca del volumen a los 90 minutos. ¿Cuál podría haber sido la cantidad de agua en ese momento?

Tiempo desde que se encendió la bomba (minutos)	Volumen de agua en el tanque (litros)
30	390
60	600
90	
100	880
120	1020

En este primer problema, se pide el volumen de agua contenida en el tanque a los 90 minutos con la intención de que los estudiantes, apoyados en sus conocimientos sobre la proporcionalidad, puedan apelar a algunas de sus propiedades y ponerlas en juego para resolverlo. En este sentido, una posible resolución errónea consistiría en sumar las cantidades de agua contenida en el tanque a los 30 y a los 60 minutos. Esto daría un total de 990 litros, que resulta una cantidad de agua mayor a la contenida en el tanque a los 100 minutos. Los valores expuestos en la tabla permiten a los estudiantes descartar esta resolución sin que sea el docente quien deba hacerlo. Del mismo modo, si triplican la cantidad de agua contenida a los 30 minutos obtendrán 1.170 litros de agua.

Se apunta entonces a analizar la necesidad de descartar el uso de la proporcionalidad directa y comenzar a establecer otras relaciones que permitan resolver el problema. Algunas de ellas pueden ser:

- Cada 30 minutos el agua aumenta en 210 litros; entonces, a los 90 minutos habrá 600+210=810 litros.
- De los 100 a los 120 minutos, el agua aumentó 140 litros; entonces, cada 10 minutos aumenta 70 litros, por lo cual a los 90 minutos habrá 880-70=810 litros.

Otra posibilidad de resolución —incompleta— es que los estudiantes estimen el valor a partir de los datos de la tabla y respondan que la cantidad de agua en el tanque debe estar entre los 600 y los 880 litros. Sin embargo, en este caso, no se estarían apoyando directamente en propiedades de la proporcionalidad.

En este problema no se espera que los estudiantes elaboren una fórmula para determinar la cantidad de agua contenida en el tanque a medida que transcurre el tiempo. Sin embargo, puede ser que algunos encuentren la variación por unidad y el volumen de agua inicial y los usen para determinar la cantidad de agua a los 90 minutos. Una forma posible de hallar el volumen inicial consiste en restarle 210 litros (crecimiento cada 30 minutos) al volumen contenido a los 30 minutos, estableciendo que el volumen inicial es de 180 litros.

En la discusión colectiva se podrían analizar todas las estrategias y pensar cómo modificar aquellas que dieron resultados erróneos. Por ejemplo:

- Si los estudiantes sumaron los valores correspondientes a 30 y 60 minutos, contaron dos veces la cantidad de agua inicial. A partir de esta resolución, pueden restarse los 180 litros que sobran: 990-180=810 litros, y obtener así el volumen de agua a los 90 minutos.
- Aquellos estudiantes que hayan triplicado el volumen de agua contenido a los 30 minutos deberán restar dos veces los 180 litros iniciales.

Actividad 2. Llenar una pileta

Esta actividad tiene como objetivo que los estudiantes vuelvan a analizar una situación de variación uniforme donde, a diferencia del caso anterior, la variación por unidad es un número racional no entero. Además, deberán, por un lado, producir una fórmula y, por otro, comenzar a discutir el hecho de que el gráfico necesariamente debe ser una línea recta. Es decir, se trata de una primera instancia en la cual se debate sobre el tipo de gráfico que representa una situación de variación uniforme.

Los gráficos propuestos no tienen valores en los ejes con la intención de poner el foco en analizar cómo se manifiesta la variación en ellos. Es decir, el objetivo de este problema no es que los estudiantes apelen a los valores numéricos de la actividad ni que realicen cálculos con estos, sino que puedan observar que a variaciones de tiempo iguales les corresponden variaciones iguales de la cantidad de agua. Sin embargo, podría ser un agregado del docente si se considera un punto de apoyo para discutir dicha variación.

Llenar una pileta

Actividad 2

Discutan y resuelvan en parejas el siguiente problema. Anoten en sus carpetas todo lo que pensaron (cuentas, procedimientos, discusiones entre ustedes, conclusiones, etc.) para después analizarlo junto con toda la clase.

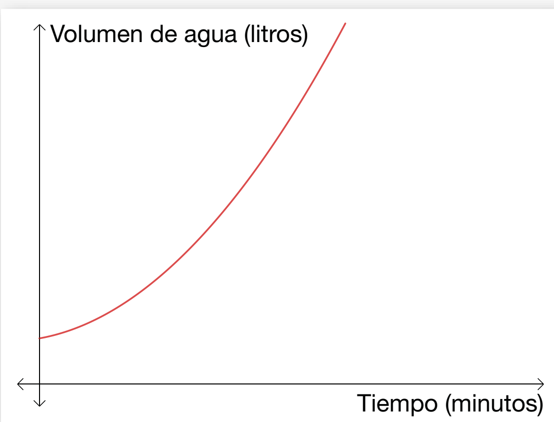
Se desea llenar una pileta chica de lona con una manguera. En el momento de abrir la canilla, la pileta ya contiene algo de agua. Se sabe que, durante el llenado, el agua sale a un ritmo constante. En la siguiente tabla, se registraron los volúmenes de agua contenidos en la pileta en distintos tiempos medidos a partir de la apertura de la canilla.

a. ¿Cuál fue el volumen a los 50 minutos?
b. ¿Cuál fue el volumen a los 51 minutos?
c. ¿Cuál fue el volumen inicial de agua?
d. ¿Será posible encontrar una fórmula que permita calcular el volumen de agua para cada valor del tiempo? Si les parece que sí, propongan alguna y cotéjenla con los datos de la tabla. Si les parece que no, expliquen por qué.

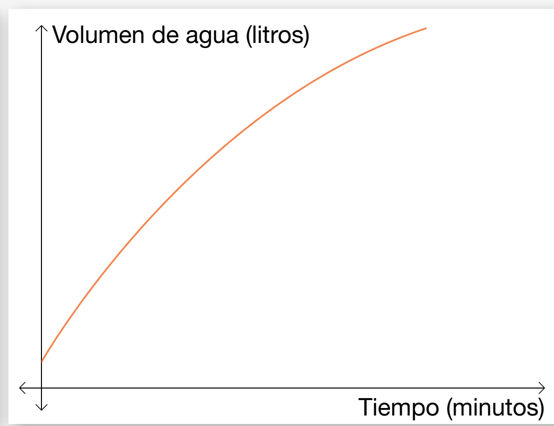
Tiempo (minutos)	Volumen de agua (litros)
10	20
40	65
52	83

e. Para cada uno de los siguientes gráficos, decidan si puede corresponder a la situación estudiada o no y expliquen por qué.

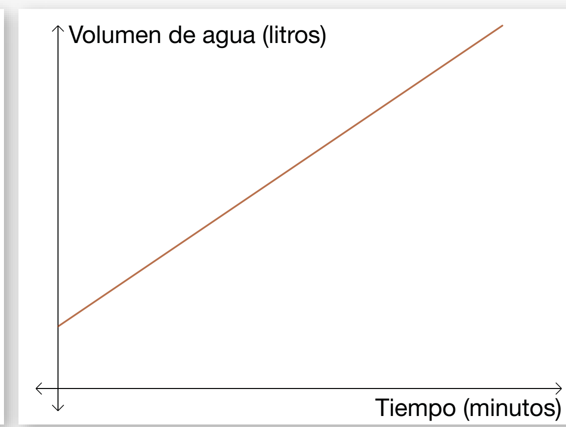
1.



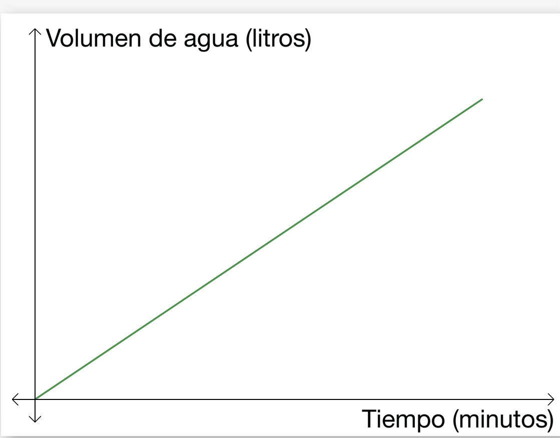
2.



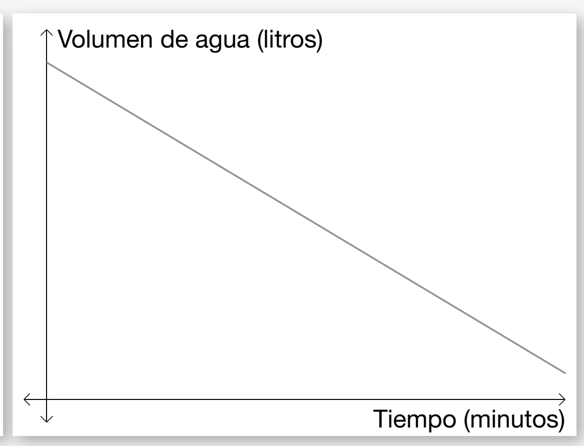
3.



4.



5.



Actividad anterior

Actividad siguiente

En la consigna **a.** se podrán volver a poner en juego estrategias similares a las detalladas para la actividad 1: algunas erróneas, apoyadas en cuestiones de proporcionalidad directa, y otras correctas, basadas en el análisis de la variación.

Actividad 1.
El tanque de agua

Así como se hizo en el primer problema, resulta interesante discutir todas las estrategias y asumir como incompletas aquellas que dieron resultados contradictorios. Un posible abordaje es pensar, entre toda la clase, por qué dichos resultados no son coherentes y concluir que se debe a que la cantidad de agua inicial aparece más de una vez. El docente podría acompañar la discusión colectiva analizando las variaciones en la tabla y registrándolas en el pizarrón tal como se muestra a la derecha.

	Tiempo (minutos)	Volumen de agua (litros)	
	10	20	
+30	40	65	+45
+10	50	80	+15
−2	52	83	−3

En la consigna **b.**, se pide hallar el volumen a los 51 minutos con la intención de que los estudiantes deban encontrar la variación por unidad. Si bien es posible que algunos hayan encontrado esta variación para resolver la actividad 1, en este caso es la primera vez que aparece de manera necesaria. Podrían recurrir, por ejemplo, a las siguientes estrategias:

- Aunque en las situaciones anteriores ya se descartó el uso de la proporcionalidad directa para resolver este tipo de situaciones, podría ocurrir que algunos estudiantes continúen apelando a ella para resolver esta consigna. Nuevamente, los valores de la tabla les permitirán encontrar contradicciones en esta resolución.
- Al analizar las variaciones, podrían observar que, al pasar de 10 a 40 minutos, el aumento del volumen es de 45 litros y, luego, establecer que la variación por unidad es de 1,5 litros (45:30). De esta manera, podrán restar 1,5 litros al volumen correspondiente a los 52 minutos o sumar 1,5 litros a la cantidad de agua hallada para los 50 minutos, y responder que, a los 51 minutos, habrá 81,5 litros.
- Al utilizar el volumen de agua a los 50 minutos, podrán argumentar que 51 se encuentra en el medio de 50 y 52; entonces, el volumen también se encontrará en la mitad entre 80 litros y 83 litros, por lo cual será de 81,5 litros.

Se busca que, al final de la discusión colectiva de esta consigna, se hayan estudiado diferentes variaciones de tiempo —y sus respectivos aumentos en la cantidad de agua—, para arribar a la conclusión de que *a iguales variaciones de tiempo corresponden iguales variaciones de volumen*. Sin embargo, no se espera que esta formulación surja espontáneamente de los estudiantes, sino que será el docente quien deba sintetizar estas relaciones.

Además, a partir del estudio de variaciones presentes en la tabla, se podrán analizar otras relaciones, como se muestra a la derecha. Puede establecerse que, si una variación de tiempo en la tabla es el triple que otra, la variación de volumen también es el triple. Del mismo modo, el docente podrá proponer otros valores que permitan observar que si se duplica la variación de tiempo, entonces se duplica la variación de volumen, y así sucesivamente.

	Tiempo (minutos)	Volumen de agua (litros)	
	10	20	
+30	40	65	+45
+10	50	80	+15

A continuación, en relación con la consigna **c.**, es probable que algunos estudiantes hayan necesitado calcular el volumen inicial de agua para contestar a las dos primeras preguntas, en cuyo caso se podrá omitir el trabajo con este tercer punto. De no haberse discutido anteriormente, podrán recurrir a estrategias similares a las mencionadas en la actividad 1.

Actividad 1.
El tanque de agua

Para resolver la consigna **d.**, donde se pide encontrar una fórmula que permita calcular el volumen de agua para cada valor del tiempo, los estudiantes podrán recurrir al trabajo realizado con las primeras preguntas. En particular, contarán con el volumen inicial y con el aumento de volumen por minuto. Por ejemplo, si llamamos t al tiempo transcurrido desde la apertura de la canilla (medido en minutos) y V al volumen contenido en la pileta (expresado en litros), es posible que algunos estudiantes elaboren a partir de allí una fórmula similar a la siguiente:

Actividad 2.
Llenar una pileta

$$V(t)=5+1{,}5\cdot t$$

En la elaboración de la fórmula, podrán aparecer variantes con menor grado de formalidad: agregar nuevas variables para "nombrar" partes de la fórmula, armar un texto a modo de instructivo, etc. El docente podrá tomarlas para empezar a introducir convenciones relacionadas con la notación simbólica.

Otra posibilidad es que los estudiantes, apoyados en los procedimientos que utilizaron para responder las preguntas anteriores, intenten producir una fórmula o expresión partiendo de algún dato de la tabla. Por ejemplo, si utilizan la fila correspondiente a los 10 minutos, podrían producir expresiones con ejemplos a partir de cálculos o explicaciones con procedimientos particulares para ese dato, pero que den cuenta de una generalidad:

- Si quiero calcular para 100 minutos, hago 20+1,5(100-10).
- Al valor que quiero calcular, le resto 10 y lo multiplico por 1,5, y a eso le sumo 20.

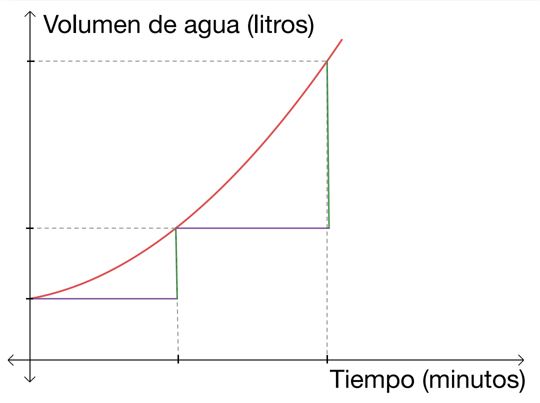
Con las intervenciones docentes, se podrá llegar a formular que la variación del tiempo a partir de los 10 minutos puede calcularse mediante la expresión $t-10$. Luego, el volumen, por cada 1 minuto que aumenta el tiempo, aumenta 1,5 litros, por lo que desde los 10 minutos su variación se podrá calcular mediante la expresión $1{,}5\cdot(t-10)$. Finalmente, podrán llegar a escribir la fórmula general como:

$$V(t)=20+1{,}5\cdot(t-10)$$

En el espacio colectivo, se podrá discutir acerca de la validez de cada una de las fórmulas propuestas y establecer relaciones entre ellas. También será una oportunidad para, a partir del trabajo algebraico, establecer la equivalencia entre expresiones producidas.

Actividad 2.
Llenar una pileta

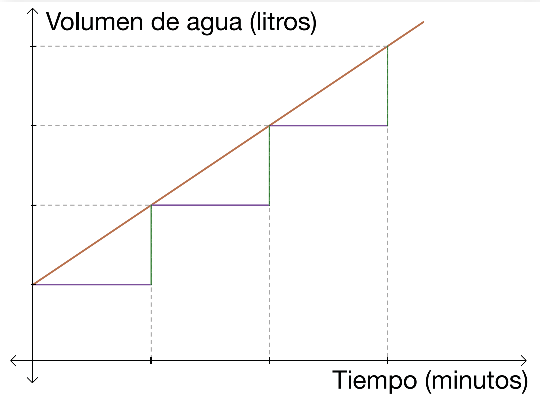
El objetivo de la consigna **e.** es discutir qué tipo de gráfico caracteriza a esta situación, de modo de comenzar a establecer que *los gráficos que representan a las situaciones de variación uniforme son rectas*.



En el gráfico 1, los estudiantes podrán marcar variaciones de tiempos iguales para ver qué ocurre con la variación del volumen. Tal como se observa en este caso, a iguales variaciones de tiempo la variación del volumen de agua es diferente; estos argumentos permitirán descartar esta opción.

Durante la discusión colectiva, para evidenciar que la variación no es constante, se puede recurrir a marcas en el gráfico, como se muestra a la derecha.

Del mismo modo, puede establecerse que el gráfico 2 tampoco puede corresponder a la situación planteada.



Por su parte, el tercer gráfico sí puede representar la situación, ya que a un determinado incremento del tiempo le corresponde siempre el mismo aumento del volumen.

De la misma manera que se hizo antes, se puede acompañar la discusión colectiva con marcas en el gráfico, como se muestra a la derecha.

En el gráfico 4, se espera que los estudiantes puedan argumentar que, al comenzar a llenarse la pileta, la cantidad de agua era de 5 litros y no de 0 litros. Finalmente, en el quinto gráfico, podrán observar que a medida que transcurre el tiempo la cantidad de agua va disminuyendo.

Actividad 3. El termotanque

En el problema 3 se presenta otra situación de variación uniforme que retoma el trabajo en el contexto del problema anterior. Sin embargo, esta vez se pretende estudiar una función decreciente.

Por otro lado, será el primer problema en el que se pide la construcción de un gráfico cartesiano por parte de los estudiantes y, nuevamente, se pondrá en juego la idea de que si la variación es uniforme entonces el gráfico será una línea recta.

El termotanque

Actividad 3

Discutan y resuelvan en parejas el siguiente problema. Anoten en sus carpetas todo lo que pensaron (cuentas, procedimientos, discusiones entre ustedes, conclusiones, etc.) para después analizarlo junto con toda la clase.

En la casa de Martina quieren cambiar el termotanque y necesitan vaciarlo. En el momento en que se abren las canillas para vaciarlo, estaba lleno con 100 litros de agua. Se sabe que el agua sale a un ritmo constante y que cada 15 minutos se extraen 20 litros.

a. Confeccionen un gráfico del volumen de agua que hay en el termotanque en función del tiempo desde que se abren las canillas hasta que se vacía.

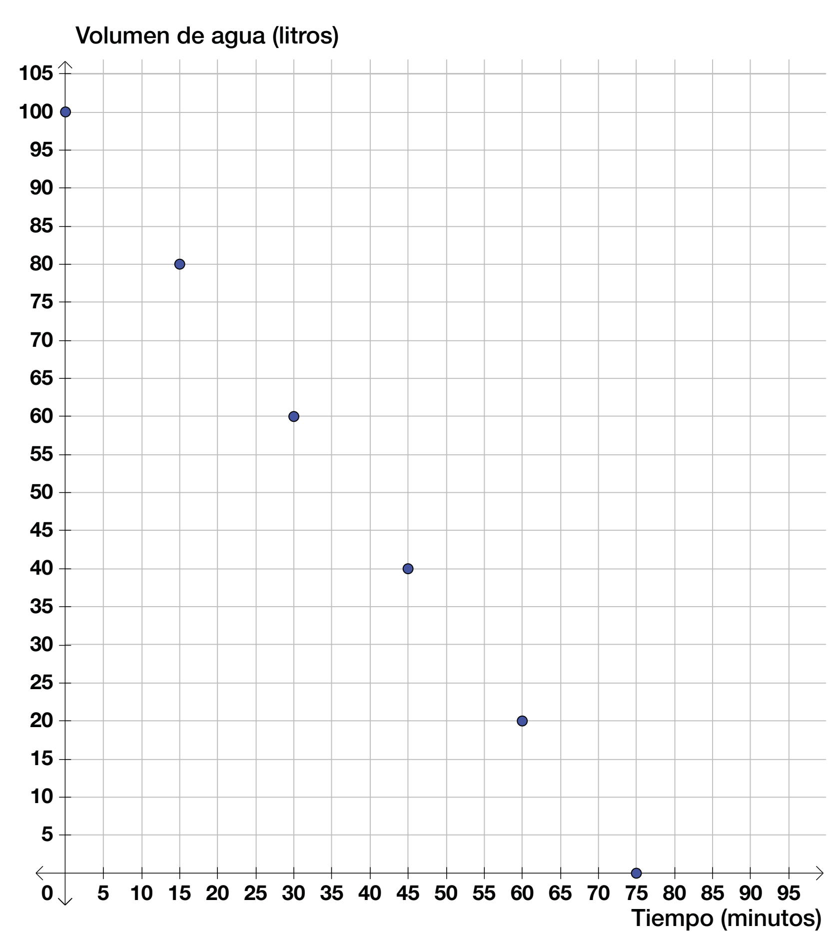
b. ¿Es posible, a partir del gráfico, averiguar cuánto tiempo tardará en vaciarse el termotanque?

Actividad anterior

Actividad siguiente

La elección de la escala será una cuestión para que decidan los estudiantes. Una posibilidad es que en ambos ejes cada "cuadradito" de la cuadrícula de la hoja represente 5 unidades. De este modo, cada 15 minutos se utilizarán 3 cuadraditos horizontales y cada 20 litros se utilizarán 4 cuadraditos.

Una posible construcción del gráfico consiste en partir del punto (0;100) para luego ir marcando la secuencia de puntos (15;80), (30;60), (45;40), (60;20), (75;0), como se muestra la a la derecha.

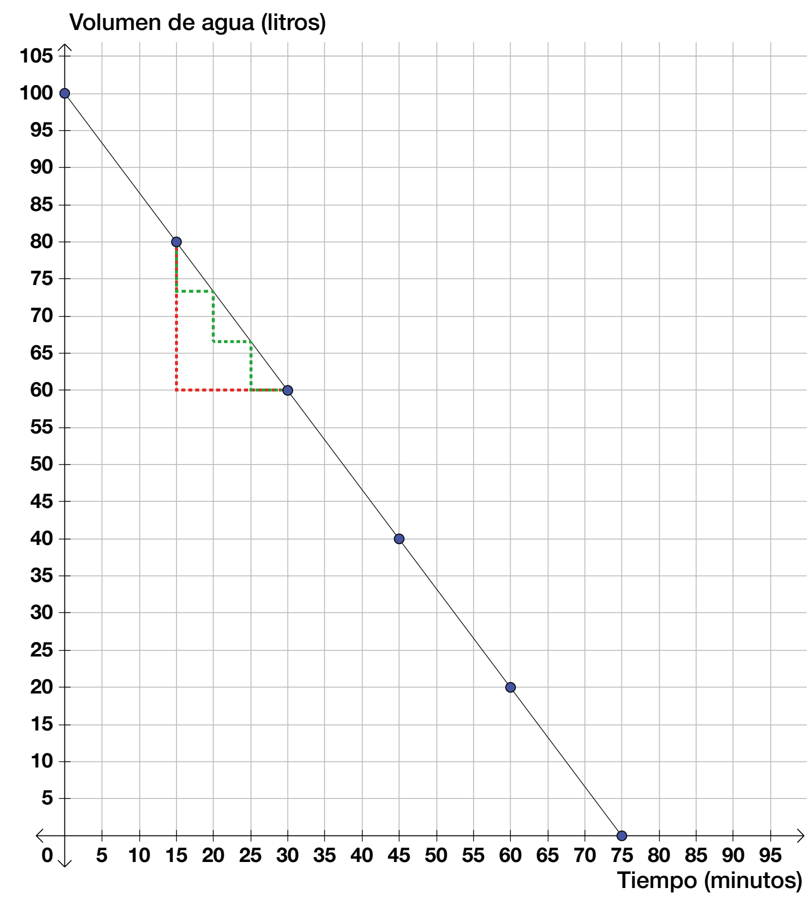


En el espacio colectivo, será necesario discutir la posibilidad de unir esos puntos y el modo de hacerlo. Se espera que lo analizado en la actividad 2 —el llenado de la pileta— sea un insumo para la construcción de este gráfico. Es probable que muchos estudiantes elijan unir los puntos con segmentos; el docente podrá preguntar las razones de esta decisión. Así, es posible hacer explícitos los

Actividad 2. Llenar una pileta

argumentos que permiten justificar que la construcción que representa la situación planteada en el problema es una línea recta.

Con estas discusiones, se busca poder explicitar que, en este contexto, los puntos podrán unirse porque tanto el volumen como el tiempo toman todos los valores intermedios (son variables continuas); además, como el termotanque se vacía siempre al mismo ritmo, todos los puntos pertenecen a la misma recta.



Por otro lado, también es posible que se analicen otras formas de describir la variación. Es decir, el docente podría volver a hacer las marcas que describen la variación en el gráfico y también considerar variaciones equivalentes. Por ejemplo, cada 5 minutos, el volumen desciende 4 litros o cada 40 minutos, el volumen desciende 30 litros.

En el gráfico de la derecha, se pueden observar marcas que muestran dos maneras posibles de describir la variación: cada 5 minutos el volumen desciende 4 litros y cada 15 minutos el volumen desciende 20 litros.

Una vez realizados y consensuados los gráficos producidos por los estudiantes, el docente podrá proponer una nueva tarea: la elaboración de una fórmula que exprese la variación del volumen en función del tiempo transcurrido.

El propósito de la consigna **b.** es que reconozcan que es posible utilizar el gráfico y que realicen una lectura.

Actividad 4. El viaje en auto

En el problema 4, se propone un contexto diferente donde la variación también es uniforme, pero, en este caso, los datos se encuentran dados a partir de un gráfico. Se espera que los estudiantes puedan trabajar desde este registro para obtener nueva información que no se encuentra de manera explícita. En particular, se incluyeron dos marcas de puntos en el gráfico para facilitar su lectura. Por otro lado, será una primera instancia para comenzar a discutir que, si el gráfico es una línea recta, la variación es uniforme.

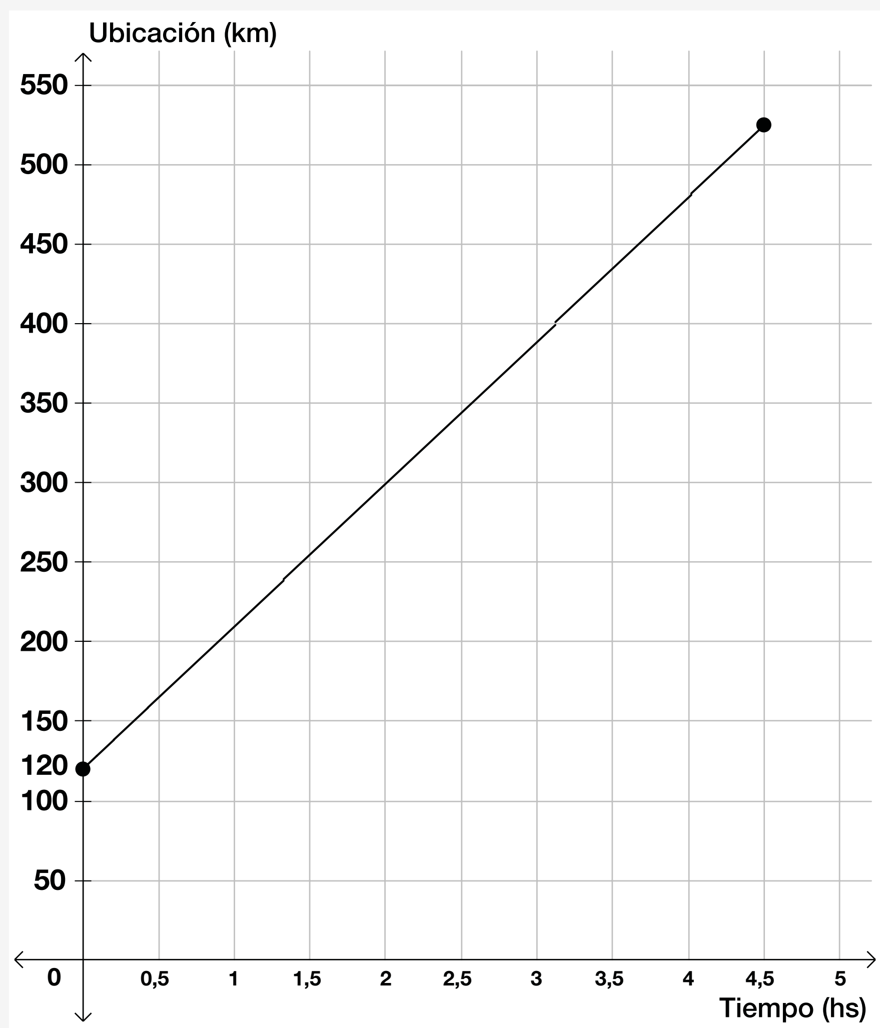
El viaje en auto

Actividad 4

Discutan y resuelvan en parejas el siguiente problema. Anoten en sus carpetas todo lo que pensaron (cuentas, procedimientos, discusiones entre ustedes, conclusiones, etc.) para después analizarlo junto con toda la clase.

Un auto se desplaza por un tramo de ruta recto que une dos ciudades: A y B.
A la derecha, se muestra un gráfico de la ubicación del auto en función del tiempo, desde que partió de la ciudad A hasta que llegó a la ciudad B. La ubicación del auto se mide según en qué número de kilómetro de la ruta se encuentra.

a. ¿Cuál era la ubicación del auto a las 2 horas de haber comenzado el viaje?
b. ¿En qué kilómetro de la ruta se encuentra la ciudad A?
c. ¿Cuántas horas tardó en llegar a la ciudad B? ¿En qué kilómetro de la ruta se encuentra?
d. Juana dice que el auto se desplaza siempre a la misma velocidad. ¿Están de acuerdo? ¿Por qué?



Actividad anterior
Actividad siguiente

En las dos primeras consignas de la actividad 4, los estudiantes podrán apelar a la lectura directa del gráfico: a las 2 horas, el auto se encontraba en el kilómetro 300, y a las 0 horas —momento de partida desde la ciudad A—, la ubicación era el kilómetro 120.

A continuación, en la consigna **c.**, podrán observar que el gráfico termina a las 4,5 horas, momento en el que llega a la ciudad B, pero su ubicación exacta no se lee directamente en el gráfico.

Para calcularla, podrían intentar utilizar estrategias como:

- Proporcionalidad directa: estas estrategias podrán ser descartadas ya que los valores obtenidos no son coherentes con los datos del gráfico.
- Estimación a partir de la lectura del gráfico: podrían estimar que a 4,5 horas le corresponde el valor medio entre 500 y 550 kilómetros. Si bien en este caso la lectura aproximada proporciona un valor correcto, será necesario discutir las razones que justifican que es exactamente 525 y no, por ejemplo, 524 o 525,5.
- Análisis de la variación: en 2 horas recorre 180 kilómetros, entonces en media hora recorre 45. Luego, en 2,5 horas recorre 225 kilómetros (180+45) y a las 4,5 horas está en el kilómetro 525 (300+225).

Por último, se propone discutir sobre si la velocidad es constante para concluir que, como el gráfico es una recta, siempre recorre la misma cantidad de kilómetros para intervalos de tiempo iguales. En ese momento, podría aparecer explícitamente el valor de la velocidad (90 kilómetros recorridos en una hora) o afirmaciones equivalentes, como por ejemplo "siempre que transcurren 2 horas, el auto avanza 180 kilómetros" o "siempre que transcurre media hora, el auto avanza 45 kilómetros".

En el momento de síntesis colectiva, será necesario recuperar las ideas trabajadas en los cuatro primeros problemas, para establecer que a este tipo de funciones, que "varían siempre igual" y cuyo gráfico es una línea recta, se las llama *funciones lineales*.

Segunda parte
Problemas para seguir estudiando las funciones lineales

Actividad 5. Una función lineal

En la actividad 5, se presenta por primera vez un problema descontextualizado que pone en juego los distintos registros de representación. Es decir, a partir de la fórmula, se pide el análisis de una tabla y, luego, de la variación, para finalmente confeccionar un gráfico cartesiano. Además, en este problema se introducirán el concepto de *pendiente* y algunas convenciones relacionadas con la notación.

Se sostiene que, dentro del estudio de la variación uniforme, es necesario el abordaje de problemas que involucren pendientes con valores racionales no enteros, tal como se hizo en la primera parte a partir del estudio de problemas contextualizados. En particular, se elige, para la siguiente actividad, la pendiente $\frac{1}{2}$, ya que, si bien es una fracción, los estudiantes podrían optar por su escritura decimal. En caso de que el docente así lo decida, podrá intercalar previamente otro problema descontextualizado con pendiente entera o bien cambiar la función de esta actividad—modificando, también, el resto de los ítems—.

Una función lineal

Actividad 5

Discutan y resuelvan en parejas el siguiente problema. Anoten en sus carpetas todo lo que pensaron (cuentas, procedimientos, discusiones entre ustedes, conclusiones, etc.) para después analizarlo junto con toda la clase.

Se tiene una función lineal $g(x) = \frac{1}{2}x + 12$.

a. A partir de la fórmula de la función, Josefina armó una tabla de valores. Para cada valor de x, decidan si está bien calculado o no el valor correspondiente de $g(x)$. En caso de no estarlo, determinen el valor correcto.

x	**g(x)**
-6	9
0	12
1	12,5
2	25

b. ¿Existe algún valor de x para el cual se cumpla que $g(x)=0$? Si respondieron que sí, encuéntrenlo. Si respondieron que no, expliquen por qué.

c. Tamara dice que siempre que x aumenta 2 unidades, $g(x)$ aumenta 1. ¿Están de acuerdo? Expliquen por qué.

d. Julián dice que siempre que x aumenta 1 unidad, $g(x)$ aumenta 0,5. ¿Están de acuerdo? Expliquen por qué.

e. Confeccionen un gráfico de la función $g(x)$.

Actividad anterior
Actividad siguiente

La intención de la consigna **a.** es que los estudiantes utilicen la fórmula para calcular cada uno de los valores correspondientes a la columna $g(x)$, a partir de los valores dados en la columna x. En este caso, el único valor de la tabla que no es correcto es el de la última fila, que multiplica por 2 la imagen correspondiente a 1, como sucedería si fuera una función de proporcionalidad directa.

En el espacio colectivo, será importante que, además de establecer cuáles valores fueron los correctos y cuáles no, se haga explícita la técnica utilizada para decidirlo: para cada valor de x se remplaza en la fórmula y se obtiene el valor de $g(x)$ correspondiente. En particular, será un buen momento para que el docente introduzca convenciones acerca de la notación; por ejemplo, $g(0)=12$. Además, podrá quedar establecido para toda la clase que a este valor se lo llama *ordenada al origen* y es aquel en el que el gráfico de la función corta al eje y.

En relación con la consigna **b.**, los estudiantes podrán probar aproximando con valores —posiblemente comenzando por enteros positivos para luego identificar que el valor buscado debe ser negativo— e ir mejorando sus aproximaciones mediante la exploración. Entonces, podrán analizar que, para que la cuenta dé cero, es necesario que el primer término de la fórmula dé como resultado -12. De esta forma, es posible que concluyan que el valor buscado es -24, ya que al multiplicarlo por $\frac{1}{2}$ resultará -12. En síntesis, aunque algunos estudiantes puedan recurrir al uso de las estrategias de "despeje" para resolver la ecuación $\frac{1}{2}x+12=0$, resultará interesante que en el aula convivan diferentes métodos que permitan analizar el valor que debe tomar la variable para que $g(x)=0$. Finalmente, en el momento de discutir colectivamente este inciso, el docente podrá introducir la idea de *raíz de una función*.

Para responder la consigna **c.**, los estudiantes podrán apoyarse en algunos valores de la tabla de la consigna **a.**, e incluso agregar otros. Por ejemplo:

	x	**g(x)**	
	−6	9	
+2	−4	10	+1
+2	−2	11	+1
+2	0	12	+1

Si bien los estudiantes podrán contestar mediante lo que observan en la tabla, el docente puede poner en discusión ese argumento, ya que mostrar algunos ejemplos no alcanzará para asegurar que "se cumple siempre". De esta forma, podrá presentar una validación general a partir del trabajo algebraico con la fórmula, por ejemplo:

$$g(x+2) = \frac{1}{2}(x+2) + 12$$
$$g(x+2) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}\cdot 2 + 12$$
$$g(x+2) = \frac{1}{2}x + 1 + 12$$
$$g(x+2) = \frac{1}{2}x + 12 + 1$$
$$g(x+2) = g(x) + 1$$

En este caso, no se espera que sean los estudiantes quienes utilicen herramientas algebraicas para la validación, pero puede ser el docente quien las introduzca para demostrar que la conjetura formulada es válida y se cumple para todos los valores de *x*.

La consigna **d.** tiene el propósito de reconocer la variación por unidad para definirla como *pendiente*. Para responder a la pregunta, los estudiantes podrán apoyarse en algunos valores de la tabla:

Actividad 5. Una función lineal

	x	**g(x)**	
+2	0	12	+1
	2	13	

A partir de ellos, podrán retomar lo analizado en problemas anteriores para argumentar que, si la variación en *x* se reduce a la mitad, la variación en la función también se reduce a la mitad, por lo que $1:2=0{,}5=\frac{1}{2}$. Será la oportunidad para que el docente introduzca el concepto de *pendiente* como variación por unidad y pueda, a partir de definir su valor, invitar a los estudiantes a observar cómo ese valor se manifiesta en los distintos registros de representación. Es importante que, en esta instancia, quede establecido que el valor de la pendiente, en la mínima expresión de la fórmula, siempre es el número que multiplica a la variable independiente (en este caso, *x*).

Una vez realizada esta tarea, el docente podría proponer volver a mirar los primeros problemas para reconocer la pendiente en cada uno de ellos e identificar la relación de esta con cada contexto.

En la consigna **e.**, se propone la confección de un gráfico. Se espera que los estudiantes, apoyados en la tabla de valores y en la descripción de la variación, puedan elaborar el gráfico correspondiente a la función eligiendo una escala conveniente. Además, el espacio de trabajo colectivo será un momento oportuno para retomar las definiciones de ordenada al origen, raíz y pendiente, pero, en este caso, a partir del registro gráfico.

Actividad 6. Distintas fórmulas para una función

En el problema 6, se les propone a los estudiantes una nueva actividad descontextualizada en la cual, a partir de conocer la variación, deberán decidir cuáles son las fórmulas que pueden representarla. A diferencia de la actividad anterior, se busca estudiar una función decreciente.

Distintas fórmulas para una función

Actividad 6

Discutan y resuelvan en parejas el siguiente problema. Anoten en sus carpetas todo lo que pensaron (cuentas, procedimientos, discusiones entre ustedes, conclusiones, etc.) para después analizarlo junto con toda la clase.

Se tiene una función lineal $f(x)$ y se sabe que siempre que x aumenta 2 unidades $f(x)$ disminuye 5. Además, $f(4)=-1$

Para cada una de las siguientes fórmulas, decidan si pueden corresponder a $f(x)$ o no y expliquen por qué.

a. $f(x)=\frac{5}{2}x-11$

b. $f(x)=-5x+19$

c. $f(x)=-\frac{5}{2}(x-4)-1$

d. $f(x)=-\frac{2}{5}x+9$

e. $f(x)=-\frac{5}{2}x+9$

Actividad anterior

En este problema, los estudiantes podrían apelar a la variación para decidir qué fórmulas son válidas. En particular, en el ítem **a.**, se cumple que $f(4)=-1$, pero la pendiente es positiva en lugar de negativa. De la misma manera, en el **b.** también se cumple que $f(4)=-1$, pero la variación resulta incorrecta.

Por otro lado, en el ítem **c.**, los estudiantes podrán analizar la pendiente (que resulta correcta) y, luego, remplazar en $x=4$ para determinar que esa fórmula corresponde a la función f.

Por último, en las fórmulas de los ítems **d.** y **e.**, es correcta la ordenada al origen. Sin embargo, en la primera, la pendiente no es la adecuada, por lo cual tampoco se cumple $f(4)=-1$, mientras que la última fórmula sí corresponde a la función f.

Al finalizar la discusión colectiva, y habiendo concluido que las fórmulas para $f(x)$ son las correspondientes a los ítems **c.** y **e.**, el docente podrá proponerle a los estudiantes ver si las fórmulas son equivalentes. De esta manera, aplicando la propiedad distributiva y reagrupando los términos, se puede transformar la fórmula del ítem **c.** en la del **e.**.

Orientaciones para la evaluación

Como se mencionó en la introducción, este material presenta una posible secuencia didáctica para el inicio en el estudio de las funciones lineales a partir de sus continuidades y sus rupturas con la proporcionalidad directa, avanzando hacia la construcción de nociones, el análisis de procedimientos y la definición de algunas propiedades inherentes al trabajo con la función lineal. De esta manera, las sucesivas discusiones en los espacios de trabajo colectivo de la clase cargan de nuevos sentidos esos conocimientos e ideas y habilitan la construcción de otros. Así, será un trabajo progresivo, en el que los estudiantes —con el sostén y las explicaciones del docente— irán enriqueciendo y fortaleciendo ese entretejido de conocimientos matemáticos.

En ese sentido, algunos indicadores de avance en los conocimientos que los estudiantes han adquirido, fruto del trabajo con los problemas planteados, podrían ser:

- La progresiva identificación de procedimientos erróneos e incompletos. En particular, aquellos que se apoyan en las funciones de proporcionalidad directa.
- La identificación de procedimientos adecuados y su reutilización y su adaptación para la resolución de nuevas situaciones.
- La progresiva apropiación de la idea de variación uniforme y sus propiedades utilizadas para la resolución de problemas.
- La progresiva apropiación de herramientas para la confección, la utilización y la interpretación de los diferentes registros de representación, así como el análisis de la información que porta cada uno de ellos.
- La formulación de conjeturas que tengan un mayor grado de generalidad paulatinamente, avanzando desde el análisis de casos particulares a la elaboración de argumentos que sostengan ciertas generalizaciones.

A continuación, se ofrecen algunas posibles actividades orientadas a la evaluación que pueden ser complementadas con otras que el docente considere oportunas.

En un primer momento, se sugiere una actividad de evaluación que está propuesta para realizar en parejas y tiene el propósito de que los estudiantes puedan escribir las ideas trabajadas con este material sobre las funciones lineales, en particular, el análisis de las variaciones uniformes y cómo estas pueden observarse en los distintos registros de representación. Sugerimos dos posibles opciones de trabajo:

- Si disponen de conectividad, este listado puede producirse en un documento compartido en Google Drive. De esa manera, pueden elaborar un texto en forma colaborativa.

- Si no se dispone de conectividad, puede elaborarse un documento en la carpeta de clase o en la computadora, y será el docente quien, en una puesta en común, retome las conclusiones y las socialice con todo el grupo de estudiantes.

Es decir, se les puede pedir a los estudiantes que, en parejas, armen un listado de las ideas y los ejemplos de lo que aprendieron o recordaron con estas actividades. Las siguientes preguntas pueden ayudarlos a pensar:

a. ¿Qué te resultó más fácil y qué más difícil? ¿Qué aprendiste de tus compañeros? ¿Qué errores cometiste al resolver los problemas y cómo te diste cuenta de que eran errores?

b. ¿Qué tienen en común los problemas que resolviste? ¿Cómo te das cuenta en una tabla si la variación es uniforme? ¿Y en un gráfico? ¿Qué características tienen las funciones lineales? ¿Qué es la pendiente y cómo se observa en la fórmula?

Se espera que los estudiantes puedan escribir conclusiones locales y concretas a partir de las actividades trabajadas en este documento. Algunas de ellas, podrían ser:

- En una función lineal, la variación por unidad es constante. Si se duplica la variación en la variable dependiente, se duplica la variación de la variable independiente.
- En las funciones lineales, al duplicar el valor de la variable independiente no siempre se duplica el valor de la dependiente. Eso pasa solo si hay una proporcionalidad directa.
- Los gráficos de las funciones lineales son rectas.
- La pendiente indica la variación por unidad.
- El valor que multiplica la variable independiente en la expresión mínima de la fórmula se llama "pendiente". Por ejemplo, en $f(x) = \frac{5}{2}x - 11$, $\frac{5}{2}$ es la pendiente e indica que, por cada unidad de la variable independiente, la variable dependiente crece $\frac{5}{2}$.

Se espera que esta actividad sea una oportunidad para el docente de evaluar qué ideas se encuentran más afianzadas y sobre cuáles será necesario seguir trabajando. En este sentido, una posible gestión de la clase es que los estudiantes resuelvan las actividades en pequeños grupos sin intervención docente y, luego, en una discusión colectiva, se socialicen y debatan las diferentes ideas y argumentos. El objetivo es que esta actividad funcione como punto de apoyo para resolver la siguiente, que es individual.

En un segundo momento, se sugiere plantear una actividad que ponga en juego lo aprendido en la secuencia y que implique la reutilización de todos los conocimientos elaborados. A modo de ejemplo se sugiere la siguiente opción de trabajo:

Resolvé individualmente la siguiente actividad. Podés usar la síntesis que realizaste para consultar todo lo que necesites.

Para cada una de las siguientes funciones, decidí si pueden corresponder a una función lineal o no y explicá por qué.

a.

x	A(x)
-2	-8,5
1	-1,75
6	9,5

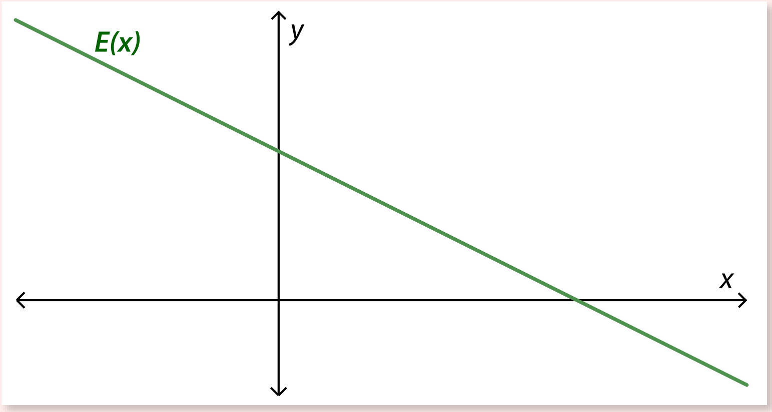
b.

x	B(x)
2	5
6	7
12	14

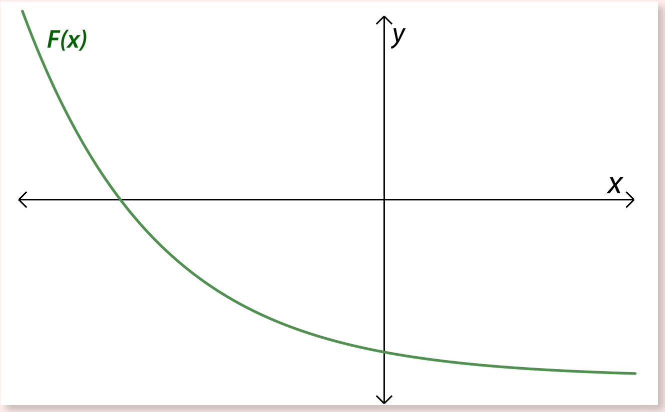
c. $C(x)=\frac{1}{6}x+4$

d. $D(x)=-3{,}5(x+1)-6$

e.



f.



Bibliografía

G.C.B.A. *"Apoyo a los alumnos de primer año en el inicio del nivel medio. Documento n° 2. La formación de los alumnos como estudiantes. Estudiar matemática"*. Secretaría de Educación, Subsecretaría de Educación, Dirección General de Planeamiento, 2005.

G.C.B.A. Ministerio de Educación. *Diseño Curricular para la Nueva Escuela Secundaria de la Ciudad de Buenos Aires. Formación general*. Ciclo Básico del bachillerato, 2015.

Sadovsky, Patricia y Espinosa, Ana. *Pensar con otros, imaginar el aula, producir sentidos. Una experiencia de trabajo colaborativo entre profesores de matemática.* Buenos Aires, Unipe, en prensa.

Notas

1 Esta propuesta toma algunas de las ideas desarrolladas en Sadovsky, Patricia y Espinosa, Ana. *Pensar con otros, imaginar el aula, producir sentidos. Una experiencia de trabajo colaborativo entre profesores de matemática*. Buenos Aires, Unipe, en prensa.

Vamos Buenos Aires