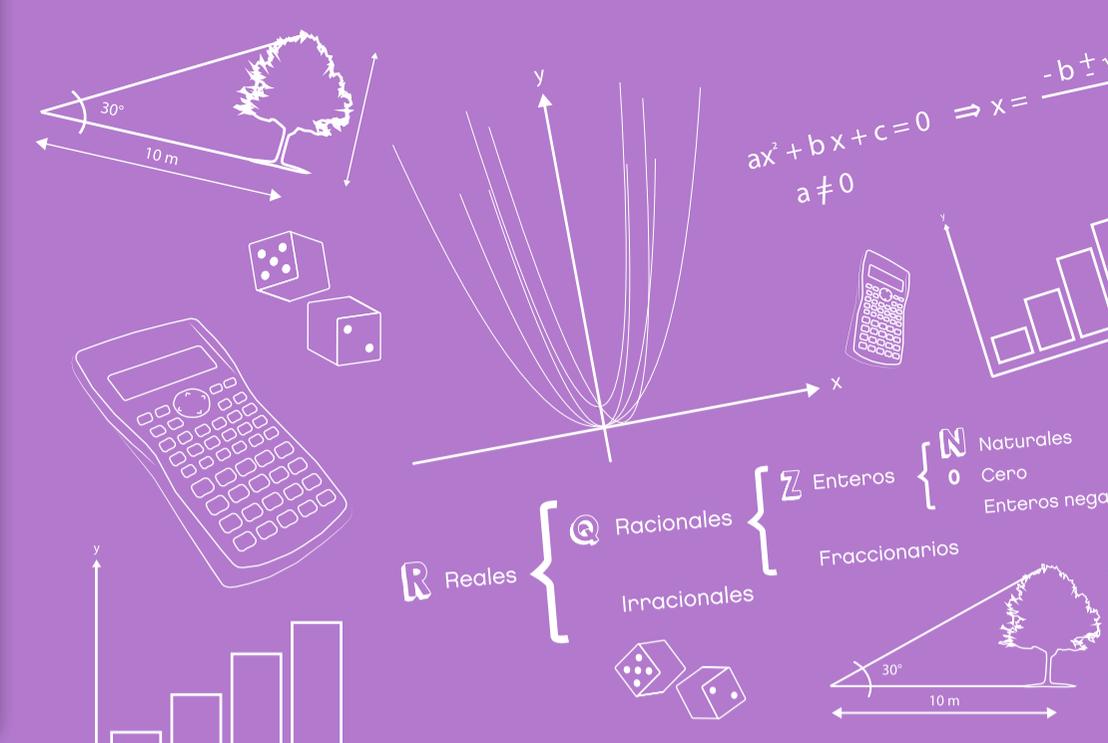


Matemática



Segundo año

Construcciones de cuadriláteros con GeoGebra

Serie PROFUNDIZACIÓN · NES



Buenos Aires Ciudad



Vamos Buenos Aires

JEFE DE GOBIERNO

Horacio Rodríguez Larreta

MINISTRA DE EDUCACIÓN E INNOVACIÓN

María Soledad Acuña

SUBSECRETARIO DE PLANEAMIENTO E INNOVACIÓN EDUCATIVA

Diego Javier Meiriño

DIRECTORA GENERAL DE PLANEAMIENTO EDUCATIVO

María Constanza Ortiz

GERENTE OPERATIVO DE CURRÍCULUM

Javier Simón

DIRECTOR GENERAL DE TECNOLOGÍA EDUCATIVA

Santiago Andrés

GERENTA OPERATIVA DE TECNOLOGÍA E INNOVACIÓN EDUCATIVA

Mercedes Werner

SUBSECRETARIA DE COORDINACIÓN PEDAGÓGICA Y EQUIDAD EDUCATIVA

Andrea Fernanda Bruzos Bouchet

SUBSECRETARIO DE CARRERA DOCENTE Y FORMACIÓN TÉCNICA PROFESIONAL

Jorge Javier Tarulla

SUBSECRETARIO DE GESTIÓN ECONÓMICO FINANCIERA

Y ADMINISTRACIÓN DE RECURSOS

Sebastián Tomaghelli

SUBSECRETARÍA DE PLANEAMIENTO E INNOVACIÓN EDUCATIVA (SSPLINED)

DIRECCIÓN GENERAL DE PLANEAMIENTO EDUCATIVO (DGPLEDU)

GERENCIA OPERATIVA DE CURRÍCULUM (GOC)

Javier Simón

EQUIPO DE GENERALISTAS DE NIVEL SECUNDARIO: Isabel Malamud (coordinación), Cecilia Bernardi, Bettina Bregman, Ana Campelo, Marta Libedinsky, Carolina Lifschitz, Julieta Santos

ESPECIALISTAS: Carla Cabalcabué, Rosa María Escayola, Valeria Ricci, Ruth Schaposchnik, Inés Zuccarelli

DIRECCIÓN GENERAL DE TECNOLOGÍA EDUCATIVA (DGTEDU)

GERENCIA OPERATIVA TECNOLOGÍA E INNOVACIÓN EDUCATIVA (INTEC)

Mercedes Werner

ESPECIALISTAS DE EDUCACIÓN DIGITAL: Julia Campos (coordinación), Eugenia Kirsanov, María Lucía Oberst

COORDINACIÓN DE MATERIALES Y CONTENIDOS DIGITALES (DGPLEDU): Mariana Rodríguez

COLABORACIÓN Y GESTIÓN: Manuela Luzzani Ovide

COORDINACIÓN DE SERIES PROFUNDIZACIÓN NES Y

PROPUESTAS DIDÁCTICAS PRIMARIA: Silvia Saucedo

EQUIPO EDITORIAL EXTERNO

COORDINACIÓN EDITORIAL: Alexis B. Tellechea

DISEÑO GRÁFICO: Estudio Cerúleo

EDICIÓN: Fabiana Blanco, Natalia Ribas

CORRECCIÓN DE ESTILO: Lupe Deveza

IDEA ORIGINAL DE PROYECTO DE EDICIÓN Y DISEÑO (GOC)

EDICIÓN: Gabriela Berajá, María Laura Cianciolo, Andrea Finocchiaro, Bárbara Gomila, Marta Lacour, Sebastián Vargas

DISEÑO GRÁFICO: Octavio Bally, Silvana Carretero, Ignacio Cismondi, Alejandra Mosconi, Patricia Peralta

ACTUALIZACIÓN WEB: Leticia Lobato

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires

Matemática : construcción de cuadriláteros con geogebra. - 1a edición para el profesor
- Ciudad Autónoma de Buenos Aires : Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Ministerio de Educación e Innovación, 2018.

Libro digital, PDF - (Profundización NES)

Archivo Digital: descarga y online
ISBN 978-987-673-351-9

1. Matemática. 2. Geometría. 3. Educación Secundaria. CDD 516

ISBN: 978-987-673-351-9

Se autoriza la reproducción y difusión de este material para fines educativos u otros fines no comerciales, siempre que se especifique claramente la fuente.
Se prohíbe la reproducción de este material para reventa u otros fines comerciales.

Las denominaciones empleadas en este material y la forma en que aparecen presentados los datos que contiene no implica, de parte del Ministerio de Educación e Innovación del Gobierno de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires, juicio alguno sobre la condición jurídica o nivel de desarrollo de los países, territorios, ciudades o zonas, o de sus autoridades, ni respecto de la delimitación de sus fronteras o límites.

En este material se evitó el uso explícito del género femenino y masculino en simultáneo y se ha optado por emplear el género masculino, a efectos de facilitar la lectura y evitar las duplicaciones. No obstante, se entiende que todas las menciones en el género masculino representan siempre a varones y mujeres, salvo cuando se especifique lo contrario.

Fecha de consulta de imágenes, videos, textos y otros recursos digitales disponibles en internet: 15 de agosto de 2018.

© Gobierno de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires / Ministerio de Educación e Innovación / Subsecretaría de Planeamiento e Innovación Educativa.
Dirección General de Planeamiento Educativo / Gerencia Operativa de Currículum, 2018.

Subsecretaría de Planeamiento e Innovación Educativa / Dirección General de Planeamiento Educativo / Gerencia Operativa de Currículum.
Holmberg 2548/96, 2º piso - C1430DOV - Ciudad Autónoma de Buenos Aires.

© Copyright © 2018 Adobe Systems Software. Todos los derechos reservados.
Adobe, el logo de Adobe, Acrobat y el logo de Acrobat son marcas registradas de Adobe Systems Incorporated.

Presentación

La serie de materiales Profundización de la NES presenta distintas propuestas de enseñanza en las que se ponen en juego tanto los contenidos – conceptos, habilidades, capacidades, prácticas, valores y actitudes – definidos en el *Diseño Curricular de la Nueva Escuela Secundaria* de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires, Resolución N.º 321/MEGC/2015, como nuevas formas de organizar los espacios, los tiempos y las modalidades de enseñanza.

El tipo de propuestas que se presentan en esta serie se corresponde con las características y las modalidades de trabajo pedagógico señaladas en la Resolución CFE N.º 93/09 para fortalecer la organización y la propuesta educativa de las escuelas de nivel secundario de todo el país. Esta norma – actualmente vigente y retomada a nivel federal por la propuesta “Secundaria 2030”, Resolución CFE N.º 330/17 – plantea la necesidad de instalar “distintos modos de apropiación de los saberes que den lugar a: nuevas formas de enseñanza, de organización del trabajo de los profesores y del uso de los recursos y los ambientes de aprendizaje”. Se promueven también nuevas formas de agrupamiento de los estudiantes, diversas modalidades de organización institucional y un uso flexible de los espacios y los tiempos que se traduzcan en propuestas de talleres, proyectos, articulación entre materias, debates y organización de actividades en las que participen estudiantes de diferentes años. En el ámbito de la Ciudad, el *Diseño Curricular de la Nueva Escuela Secundaria* incorpora temáticas nuevas y emergentes y abre la puerta para que en la escuela se traten problemáticas actuales de significatividad social y personal para los estudiantes.

Existe acuerdo sobre la magnitud de los cambios que demanda la escuela secundaria para lograr convocar e incluir a todos los estudiantes y promover efectivamente los aprendizajes necesarios para el ejercicio de una ciudadanía responsable y la participación activa en ámbitos laborales y de formación. Es importante resaltar que, en la coyuntura actual, tanto los marcos normativos como el *Diseño Curricular* jurisdiccional en vigencia habilitan e invitan a motorizar innovaciones imprescindibles.

Si bien ya se ha recorrido un importante camino en este sentido, es necesario profundizar, extender e instalar propuestas que efectivamente hagan de la escuela un lugar convocante para los estudiantes y que, además, ofrezcan reales oportunidades de aprendizaje. Por lo tanto, sigue siendo un desafío:

- El trabajo entre docentes de una o diferentes áreas que promueva la integración de contenidos.
- Planificar y ofrecer experiencias de aprendizaje en formatos diversos.
- Elaborar propuestas que incorporen oportunidades para el aprendizaje y el ejercicio de capacidades.

Los materiales elaborados están destinados a los docentes y presentan sugerencias, criterios y aportes para la planificación y el despliegue de las tareas de enseñanza, desde estos lineamientos. Se incluyen también propuestas de actividades y experiencias de aprendizaje para los estudiantes y orientaciones para su evaluación. Las secuencias han sido diseñadas para admitir un uso flexible y versátil de acuerdo con las diferentes realidades y situaciones institucionales.

La serie reúne dos líneas de materiales: una se basa en una lógica disciplinar y otra presenta distintos niveles de articulación entre disciplinas (ya sean areales o interareales). Se introducen también materiales que aportan a la tarea docente desde un marco didáctico con distintos enfoques de planificación y de evaluación para acompañar las diferentes propuestas.

El lugar otorgado al abordaje de problemas interdisciplinarios y complejos procura contribuir al desarrollo del pensamiento crítico y de la argumentación desde perspectivas provenientes de distintas disciplinas. Se trata de propuestas alineadas con la formación de actores sociales conscientes de que las conductas individuales y colectivas tienen efectos en un mundo interdependiente.

El énfasis puesto en el aprendizaje de capacidades responde a la necesidad de brindar a los estudiantes experiencias y herramientas que permitan comprender, dar sentido y hacer uso de la gran cantidad de información que, a diferencia de otras épocas, está disponible y fácilmente accesible para todos. Las capacidades son un tipo de contenidos que debe ser objeto de enseñanza sistemática. Para ello, la escuela tiene que ofrecer múltiples y variadas oportunidades para que los estudiantes las desarrollen y consoliden.

Las propuestas para los estudiantes combinan instancias de investigación y de producción, de resolución individual y grupal, que exigen resoluciones divergentes o convergentes, centradas en el uso de distintos recursos. También, convocan a la participación activa de los estudiantes en la apropiación y el uso del conocimiento, integrando la cultura digital. Las secuencias involucran diversos niveles de acompañamiento y autonomía e instancias de reflexión sobre el propio aprendizaje, a fin de habilitar y favorecer distintas modalidades de acceso a los saberes y los conocimientos y una mayor inclusión de los estudiantes.

En este marco, los materiales pueden asumir distintas funciones dentro de una propuesta de enseñanza: explicar, narrar, ilustrar, desarrollar, interrogar, ampliar y sistematizar los contenidos. Pueden ofrecer una primera aproximación a una temática formulando dudas e interrogantes, plantear un esquema conceptual a partir del cual profundizar, proponer

actividades de exploración e indagación, facilitar oportunidades de revisión, contribuir a la integración y a la comprensión, habilitar oportunidades de aplicación en contextos novedosos e invitar a imaginar nuevos escenarios y desafíos. Esto supone que en algunos casos se podrá adoptar la secuencia completa o seleccionar las partes que se consideren más convenientes; también se podrá plantear un trabajo de mayor articulación entre docentes o un trabajo que exija acuerdos entre los mismos. Serán los equipos docentes quienes elaborarán propuestas didácticas en las que el uso de estos materiales cobre sentido.

Iniciamos el recorrido confiando en que constituirá un aporte para el trabajo cotidiano. Como toda serie en construcción, seguirá incorporando y poniendo a disposición de las escuelas de la Ciudad nuevas propuestas, dando lugar a nuevas experiencias y aprendizajes.

Diego Javier Meiriño
Subsecretario de Planeamiento
e Innovación Educativa

Gabriela Laura Gürtner
Jefa de Gabinete de la Subsecretaría de
Planeamiento e Innovación Educativa

¿Cómo se navegan los textos de esta serie?

Los materiales de Profundización de la NES cuentan con elementos interactivos que permiten la lectura hipertextual y optimizan la navegación.

Para visualizar correctamente la interactividad se sugiere bajar el programa [Adobe Acrobat Reader](#) que constituye el estándar gratuito para ver e imprimir documentos PDF.



Portada

 Flecha interactiva que lleva a la página posterior.

Índice interactivo

 **Introducción**

Plaquetas que indican los apartados principales de la propuesta.

Actividades

Exploración de algunas herramientas de GeoGebra y construcciones dinámicas **Actividad 1**

Problema 1

a. Con el clic derecho, desplieguen el menú de la Vista Gráfica y seleccionen Cuadrícula

 Actividad anterior

Actividad siguiente 

Pie de página

 **Volver a vista anterior**  Al clicar regresa a la última página vista.



 Ícono que permite imprimir.



 Folio, con flechas interactivas que llevan a la página anterior y a la página posterior.

Itinerario de actividades

 **Actividad 1**

Exploración de algunas herramientas de GeoGebra y construcciones dinámicas

Realizar dos problemas para familiarizarse con las herramientas

Organizador interactivo que presenta la secuencia completa de actividades.

 **Actividad anterior**

Botón que lleva a la actividad anterior.

Actividad siguiente 

Botón que lleva a la actividad siguiente.

 Sistema que señala la posición de la actividad en la secuencia.

Íconos y enlaces

1 Símbolo que indica una cita o nota aclaratoria. Al clicar se abre un *pop-up* con el texto:

Ovidescim repti ipita voluptis audi iducit ut qui adis moluptur? Quia poria dusam serspero voloris quas quid moluptur?Luptat. Upti cumAgnimustrum est ut

Los números indican las referencias de notas al final del documento.

El color azul y el subrayado indican un [vínculo](#) a la web o a un documento externo.



“Título del texto, de la actividad o del anexo”

 Indica enlace a un texto, una actividad o un anexo.



 Indica apartados con orientaciones para la evaluación.

Índice interactivo



Introducción



Contenidos y objetivos de aprendizaje



Itinerario de actividades



Orientaciones didácticas y actividades



Orientaciones para la evaluación



Bibliografía

Introducción

Esta secuencia didáctica propone el estudio de problemas sobre la construcción de cuadriláteros mediados por el uso de la tecnología, en particular de GeoGebra. Este programa fue creado con el propósito de enseñar y aprender matemática en un entorno dinámico, es decir, con la posibilidad de que las representaciones tengan movimiento a partir de la modificación de ciertas variables. Tiene la característica de ser libre y multiplataforma, por lo que dispone de un sitio web para instalarlo en forma gratuita. Se sugiere utilizar la versión [GeoGebra Clásico 5](#) y se aclara que no es indispensable disponer de conectividad para la implementación de este material.

En esta propuesta, se presenta una actividad inicial que permite explorar herramientas de GeoGebra y, a medida que se suceden las actividades, se continúa reflexionando sobre el potencial del programa para resolver los problemas, al mismo tiempo que se ponen en juego los contenidos matemáticos previstos. Si bien no es necesario que los estudiantes tengan experiencia previa con el programa, se espera que dispongan de los siguientes conceptos geométricos al iniciar esta propuesta: rectas paralelas y perpendiculares, definición y elementos de una circunferencia.

A lo largo de la secuencia, se proponen actividades que involucran diferentes maneras de gestionar las construcciones en la clase, y esto supone, para los estudiantes, distintas formas de desplegar el conocimiento geométrico. En particular, se realizarán construcciones a partir del copiado de figuras, de un instructivo o de ciertos datos dados. Si bien este tipo de actividades suelen ser abordadas con lápiz y papel, la inclusión de GeoGebra desplegará un tipo de trabajo geométrico diferente.

Consideramos que el uso —bajo ciertas condiciones didácticas— de una herramienta tecnológica como GeoGebra enriquece la tarea en el aula, en tanto permite realizar construcciones dinámicas: los elementos que las forman (puntos, segmentos, entre otros) se pueden desplazar. Con este programa, es posible resolver problemas que favorecen la investigación, la exploración y el enunciado de conjeturas, tareas propias del tipo de actividades que se proponen para la clase de Matemática. A su vez, se abre el juego a un trabajo geométrico deductivo, que invita a la argumentación con el objetivo de validar las construcciones pedidas.

La incorporación de un recurso tecnológico implica asimismo el aprendizaje de una nueva herramienta, tanto para los estudiantes como para el docente. Desde la perspectiva con

la que se elabora esta propuesta, se considera que resolver algunas actividades sencillas de carácter exploratorio permite un acercamiento inicial al funcionamiento y las posibilidades de GeoGebra. Es decir, es posible aprender a utilizar el programa en la medida en que se resuelven problemas en este entorno. Es importante destacar que no es necesario estudiar o aprender todas las funciones del programa antes de utilizarlo. La secuencia desarrollada aquí se plantea con este propósito y desde este enfoque.

Por otro lado, no se espera que los estudiantes encuentren por sí mismos todas las herramientas y las estrategias para resolver las actividades. De ser preciso, sobre la base de sus intentos, el docente puede explicar una herramienta y/o una estrategia posible para poner en juego y luego habilitar que ellos la reutilicen, la desarrollen y la transformen a fin de resolver otros problemas.

Por otra parte, a lo largo del documento se presentarán, a modo orientativo, posibles estrategias y resoluciones de las consignas para los estudiantes. Es decir, en la realidad del aula, es probable que estas ideas no siempre aparezcan con las mismas características, o que aparezcan a partir de una actividad similar a la presentada aquí. Esta situación es propia del trabajo docente, que requiere cierta flexibilidad sobre la planificación realizada, pero es aún más significativa en el trabajo con GeoGebra, debido a la diversidad de herramientas que tiene el programa. Teniendo en cuenta esto, a lo largo de la secuencia se despliega un abanico de posibles estrategias y resoluciones, que sirven como referencia para futuras implementaciones de estas u otras actividades. Con estas anticipaciones, no se aspira a que el docente pueda prever todo lo que sucederá efectivamente en la clase, sino a la construcción de ciertos criterios y propósitos de intervenciones que considere ajustados al diálogo específico que se produzca con sus estudiantes.

A partir de la resolución y el análisis de los problemas que aquí se proponen, se promueven el debate de ideas y la producción colectiva en torno a la tarea de construcción de cuadriláteros (a partir de sus lados), como también la exploración y el uso del programa GeoGebra, cuyo entorno dinámico permite la reflexión sobre las propiedades geométricas en juego. En particular, se busca que los estudiantes:

- Avancen en el uso de herramientas de GeoGebra y apelen a las propiedades de los cuadriláteros para entender y justificar sus construcciones.
- Reconozcan, en GeoGebra, si una construcción mantiene sus propiedades al mover sus elementos o no.
- Adquieran estrategias propias del trabajo geométrico, que involucren las construcciones de figuras, a partir de un instructivo y/o de un copiado.

Contenidos y objetivos de aprendizaje

En esta propuesta se seleccionaron los siguientes contenidos y objetivos de aprendizaje del espacio curricular de Matemática para segundo año de la NES:

Ejes/Contenidos	Objetivos de aprendizaje	Capacidades
<ul style="list-style-type: none"> • Construcción de cuadriláteros en función de los elementos que los componen (lados, diagonales). • Análisis de soluciones posibles a partir de los datos. • Condiciones de posibilidad y unicidad en las construcciones. • Resolución de un mismo problema en diferentes marcos: geométrico, con y sin computadora, y comparación de los procedimientos utilizados y las relaciones o propiedades que sostienen cada una de las estrategias de resolución. 	<ul style="list-style-type: none"> • Identificar algunas propiedades de las figuras involucradas en cada construcción. • Valorar el intercambio entre pares como promotor del establecimiento de relaciones matemáticas y del establecimiento de la validez de los resultados y propiedades elaboradas. 	<ul style="list-style-type: none"> • Resolución de problemas.

Educación Digital

Desde la Educación Digital se propone que los estudiantes puedan desarrollar las competencias necesarias para realizar un uso crítico, criterioso y significativo de las tecnologías digitales transversales a las propuestas pedagógicas de cada actividad. Para ello —y según lo planteado en el “Marco para la Educación Digital” del *Diseño Curricular de la NES*—, es preciso pensarlas aquí en tanto recursos disponibles para potenciar los procesos de aprendizaje y la construcción de conocimiento en forma articulada y contextualizada con las áreas de conocimiento, y de manera transversal.



Competencias digitales involucradas	Objetivos de aprendizaje
<ul style="list-style-type: none"> • Creatividad. • Competencias funcionales y transferibles. • Comunicación efectiva. 	<ul style="list-style-type: none"> • Desarrollar prácticas innovadoras asociadas a la cultura digital, integrando prácticas culturales emergentes, produciendo creativamente y construyendo conocimiento mediante la apropiación de las TIC. • Comprender el funcionamiento de las TIC, la selección y la utilización de la aplicación adecuada según las tareas, la integración de las TIC a proyectos de enseñanza y aprendizaje, y la identificación de su uso dentro y fuera del ámbito escolar. • Comunicarse con los otros a través de las TIC de forma clara y adecuada a los propósitos comunicativos y el contexto.

Itinerario de actividades

Actividad 1

Exploración de algunas herramientas de GeoGebra y construcciones dinámicas

Realizar dos problemas para familiarizarse con las herramientas de GeoGebra, analizar características de algunos objetos geométricos y reconocer que la construcción de una figura puede deformarse o no dependiendo de las herramientas utilizadas.

1

Actividad 2

Construcción de cuadriláteros con GeoGebra a partir de ciertos datos

Realizar cinco problemas que involucren el copiado dinámico de diferentes cuadriláteros y su construcción a partir de un instructivo y/o a partir de ciertos datos. Analizar la existencia y la unicidad de las construcciones en relación con las propiedades de los cuadriláteros —en particular, de sus lados y/o diagonales— y a partir de las especificidades que aporta GeoGebra.

2

Actividad 3

Revisión de lo aprendido en los problemas

Estudiar qué tipo de cuadriláteros pueden ser construidos a partir de un conjunto de datos. Poner en juego lo trabajado en los problemas anteriores para decidir qué cuadrilátero construir y verificar cada construcción en GeoGebra.

3

Actividad 4

Producción digital integradora

Invitar a los estudiantes a analizar y reflexionar sobre el camino recorrido a través de los problemas realizados y los aprendizajes adquiridos.

4

Orientaciones didácticas y actividades

En la implementación de estas actividades, se propone que los estudiantes trabajen en parejas con un dispositivo digital que tenga instalado el programa GeoGebra. Como alternativas, se podrá descargar una versión portable (que no requiere instalación previa) o también trabajar con el [applet de GeoGebra](#) en internet.

A lo largo de las actividades, las distintas consignas hacen referencia a diferentes comandos del programa. Para facilitar su identificación, se han incorporado en este documento los íconos de esas herramientas. Para las actividades que se desarrollan en esta secuencia, se utilizarán las siguientes:



Con respecto a la entrega de las consignas de trabajo a los estudiantes, se puede elegir entre diversos formatos: actividad impresa, proyección en el pizarrón o distribución del archivo de GeoGebra. Destacamos nuevamente que no es necesario disponer de conectividad para llevar adelante la secuencia.

Por un lado, para quienes utilizan por primera vez GeoGebra, se ofrece en el anexo la lectura de un texto orientativo: “Primeros pasos con el programa GeoGebra”. Por otro lado, para una mejor comprensión de este documento, se sugiere explorar las construcciones mencionadas en paralelo a la lectura. Se brindan dos opciones para acceder a las construcciones ya logradas:

- Acceder en línea a un [libro de GeoGebra](#), que es una página web que contiene todas las construcciones analizadas.



Anexo.
Primeros pasos con el programa GeoGebra

- Descargar —por única vez— las [construcciones de cuadriláteros con GeoGebra](#) en formato GGB para poder explorarlas desde la computadora, previa instalación de GeoGebra.

Actividad 1. Exploración de algunas herramientas de GeoGebra y construcciones dinámicas

Se propone la realización de dos problemas para familiarizarse con las herramientas de GeoGebra, analizar características de algunos objetos geométricos y reconocer que la construcción de una figura puede deformarse o no dependiendo de las herramientas utilizadas.

Exploración de algunas herramientas de GeoGebra y construcciones dinámicas

Actividad 1

Problema 1

- Con el clic derecho, desplieguen el menú de la *Vista Gráfica* y seleccionen *Cuadrícula* para activarla. Con la herramienta *Punto* , ubiquen cuatro puntos A, B, C, D de manera que $ABCD$ sea un rectángulo. Para nombrar los puntos, hagan clic derecho sobre cada uno y elijan del menú contextual la opción *Renombra*. Usen la herramienta *Polígono*  para construir el rectángulo.
- Realicen en la misma vista gráfica de GeoGebra la siguiente construcción:
 - Construyan un segmento con la herramienta *Segmento* . Llamen E y F a sus extremos.
 - Con la herramienta *Perpendicular* , tracen una recta perpendicular al segmento EF por el punto E . Llamen g a dicha recta.
 - Tracen la recta h perpendicular al segmento EF por el punto F con la herramienta *Perpendicular* .
 - Con la herramienta *Punto* , ubiquen un punto G sobre la recta g .
 - Con la herramienta *Paralela* , tracen la recta i paralela al segmento EF por el punto G .
 - Con la herramienta *Intersección* , determinen el punto de intersección entre las rectas h e i y llámenlo H .
 - Con la herramienta *Polígono* , construyan el rectángulo $EFGH$.
- Desactiven la *Cuadrícula*, para que la pantalla se vea como una hoja lisa. Usando la herramienta *Elige y Mueve* , desplacen los vértices A, B, C y D y los vértices E, F, G y H para que queden otros rectángulos distintos de los originales. ¿Por qué pueden afirmar que siguen siendo rectángulos?
- Si intentan mover el punto H , encontrarán que no es posible. ¿Por qué creen que sucede esto?

Problema 2

- a. Se desea construir un segmento AB de 5 unidades de longitud. Para hacerlo, realicen los siguientes pasos:
- Con la herramienta *Circunferencia (centro, radio)* , construyan una circunferencia de radio 5.
 - Llamen al centro A .
 - Marquen un punto en la circunferencia y llámenlo B .
 - Construyan el segmento AB .
- b. A partir del segmento AB , construyan un rectángulo $ABCD$, es decir, que uno de sus lados sea dicho segmento.
- c. Si mueven alguno de los vértices, ¿sigue siendo $ABCD$ un rectángulo de lado $AB=5$? En caso de que se deforme, busquen otra manera de construirlo para que esto no suceda.
- d. Construyan un rectángulo de lados $MN=5$ y $NP=3$ de manera tal que no se deforme al mover sus vértices.

Actividad siguiente



El problema 1 propone la realización de dos construcciones sencillas, con el objetivo de presentar la barra de herramientas de GeoGebra y analizar las características de algunos objetos geométricos en el entorno del programa. La actividad apunta a ayudar a que los estudiantes identifiquen que, al mover los elementos que la forman, una figura puede deformarse o no dependiendo de la construcción realizada.

Para la implementación de esta secuencia, sugerimos la *Vista Geometría*, debido a que, en este modo de trabajo, se oculta la *Vista Algebraica*, que describe los objetos geométricos por sus ecuaciones. Para acceder a esta vista, se puede hacer clic en la pequeña flecha que se encuentra en el borde gris de la derecha de la pantalla y se despliega un menú donde se selecciona la opción *Geometría*. Sin embargo, al utilizar esta vista, los objetos se construyen sin un nombre o *Etiqueta* que los defina. Para facilitar la puesta en común de la actividad, sugerimos habilitar las etiquetas de cada punto, tal como se explica en la consigna **a.** del problema 1.

GeoGebra contiene una barra de herramientas representada por distintos íconos. A su vez, cada uno de ellos despliega un menú con nuevas herramientas al hacer clic en la flecha ubicada en la esquina inferior derecha. Por ejemplo, en el caso de la herramienta *Intersección* , esta se encuentra al desplegar el menú *Punto* . Es importante aclarar que no se espera que todos los estudiantes encuentren la ubicación de cada herramienta por sí mismos; el docente podrá intervenir ofreciendo ese dato para la construcción. Se sugiere al docente trabajar en GeoGebra en paralelo a la lectura. Además, se ofrecen para la consulta las [construcciones de las consignas a. y b. del problema 1](#).

En el problema inicial —que busca, entre otras cosas, que los estudiantes comiencen a apropiarse de la lógica del programa—, se presentan dos formas distintas de construir rectángulos, que luego reaccionan de diferente manera frente al desplazamiento de sus vértices. Con la consigna **c.**, los estudiantes podrán reconocer esta cuestión: el rectángulo $EFGH$ —construido con el instructivo— sigue siendo un rectángulo aunque se muevan sus vértices, mientras que con el rectángulo $ABCD$ —construido seguramente con el apoyo de la cuadrícula— no sucede lo mismo. En este caso, al desplazar sus vértices, el rectángulo se deforma, por lo que los estudiantes posiblemente tendrán cuidado al reacomodarlos para que “se vea” un nuevo rectángulo.

A continuación, la pregunta de por qué al modificar las ubicaciones originales de los puntos se sigue obteniendo un rectángulo solo se puede responder en la figura $EFGH$: porque fue construida a partir de rectas paralelas y perpendiculares, y al desplazar los puntos, el programa conserva estas relaciones. En cambio, el docente podrá discutir con la clase que en el caso del cuadrilátero $ABCD$, que fue reubicado “a ojo” —sin la cuadrícula disponible—, no hay forma de garantizar que efectivamente sea un rectángulo. Si algún estudiante sostuviera la idea de que lo que se ve es suficiente, el docente podría proponer reactivar la cuadrícula y hacer zoom, de ser necesario, para mostrar que, por ejemplo, en dicho cuadrilátero, al mover sus vértices, no se cumple la perpendicularidad de los lados.

Estos dos tipos de construcciones ponen en juego la diferencia entre considerar el rectángulo como un dibujo o como una figura. En particular, la construcción que se logra con el instructivo permite definirlo a partir de algunas de sus propiedades (sus lados paralelos y sus ángulos rectos), lo que lleva a caracterizar la figura geométrica más allá de su dibujo. Además, dichas propiedades no se pierden al mover los elementos que forman la figura. A este tipo de construcciones se las puede denominar robustas.

La posibilidad de realizar en GeoGebra construcciones dinámicas, y en particular construcciones que conserven sus propiedades y no se deformen, permite generar una familia de

figuras, y no solo una figura estática dada. Por ejemplo, en este problema, a través de una construcción robusta, no se representa solo un rectángulo, sino todos los rectángulos posibles, que se pueden visualizar gracias al desplazamiento de sus vértices. Esta cuestión se explorará en profundidad en futuros problemas.

Por último, la pregunta sobre el punto H apunta a reconocer que este no se puede mover por el modo en que fue obtenido: al construirse con la herramienta *Intersección* , su ubicación depende de las rectas h e i .

El problema 2 propone la construcción de rectángulos de manera tal que, al mover los puntos que los forman, se conserven las medidas de los lados. En cada caso, se analizará la unicidad de las construcciones pedidas a partir de las posibilidades que aporta GeoGebra.

A partir de este problema, se propone trabajar con la cuadrícula desactivada; se sugiere que esto se les comunique claramente a los estudiantes. Sin embargo, la consigna **a.** se refiere a construir un segmento de 5 unidades de longitud, sin aclarar de qué sistema métrico se trata. Resulta muy importante, entonces, considerar cómo funcionan las unidades en GeoGebra.

Unidades en GeoGebra

GeoGebra tiene unidades internas que no son centímetros ni milímetros ni ninguna otra medida de longitud conocida. Esta característica está relacionada con la posibilidad de hacer zoom (con las herramientas *Aproximar*  o *Alejar* , o con la rueda de desplazamiento del *mouse*). Esto hace que no se puedan conservar las medidas si se las representa en alguna de las unidades de longitud mencionadas. Es decir, a los efectos prácticos, hablar de 5 unidades es la misma idea que hablar de 5 cm, solo que se está utilizando una medida interna del programa.

Una vez que los estudiantes sigan los primeros pasos para construir el segmento AB , se verán enfrentados, en la consigna **b.**, a la tarea de realizar un rectángulo en GeoGebra. Puede suceder que algunos reutilicen el instructivo del problema 1 y consigan una construcción que no se deforme, pero también es posible que realicen otro tipo de construcciones que probablemente no serán robustas. Por esta razón, la consigna **c.** les propone revisar su construcción. Se ofrecen para la consulta algunas [posibles construcciones del rectángulo](#).

Por otro lado, la consigna **b.** pide realizar un rectángulo de lado $AB=5$, pero en realidad hay infinitas soluciones, que dependen de la medida del lado BC . Puede suceder que los estudiantes no reconozcan esta situación, ante la búsqueda de una construcción que responda a

lo pedido, y quizás ensayen posibles valores aproximados para el otro lado del rectángulo. Será interesante discutir esto en un momento de puesta en común, porque, además, esta familia de rectángulos se puede identificar con la ayuda de GeoGebra, al ver los distintos rectángulos que se forman moviendo, por ejemplo, el punto C. Es interesante reconocer que, si esta misma consigna se presentara a la clase para resolver con lápiz y papel, el tipo de análisis sería distinto, así como probablemente también las conclusiones de los estudiantes.

La consigna **d.** suma la dificultad de pedir una medida determinada para los dos lados del rectángulo que se debe construir. En cierto aspecto, la construcción será más sencilla, porque habrá un solo rectángulo posible, pero, por otro lado, lograr una construcción robusta en este caso puede resultar complejo para los estudiantes. Es probable que el lado de 5 unidades no sea una dificultad —por lo trabajado previamente—, pero es posible que no encuentren formas de determinar el lado de 3 unidades de medida. Puede suceder que muchos quieran usar la cuadrícula, que otros midan con la regla sobre la pantalla, incluso que algunos encuentren la herramienta *Distancia o Longitud* , pero en todos esos casos las construcciones no serán precisas y/o se deformarán al mover los vértices. A diferencia de la consigna anterior, que presentaba un instructivo, como aquí se da cierta libertad, es esperable que en el aula aparezcan diversos procedimientos para intentar realizar lo pedido. Una vez más, se ofrecen para la consulta algunas [construcciones posibles de los rectángulos](#).

Una forma de conseguir en la construcción un lado de 3 unidades que no cambie su medida será volver a usar la herramienta *Circunferencia (centro, radio)* ; es por esto que se presentó inicialmente dentro de los pasos a seguir para construir el segmento AB. De todas formas, el uso de esta herramienta no será evidente para los estudiantes y es importante que el docente preste especial atención a la realización de la consigna **d.**, para colaborar con sus construcciones e ideas y compartir luego, si no surgió, una construcción robusta.

Actividad 2. Construcción de cuadriláteros con GeoGebra a partir de ciertos datos

Se plantean cinco problemas que involucran el copiado dinámico de diferentes cuadriláteros, su construcción a partir de un instructivo y/o de ciertos datos. El análisis de esta actividad estará centrado en la existencia y unicidad de las construcciones, en relación con las propiedades de los cuadriláteros —en particular, de sus lados y/o diagonales— y a partir de las especificidades que aporta GeoGebra.

Construcción de cuadriláteros con GeoGebra a partir de ciertos datos

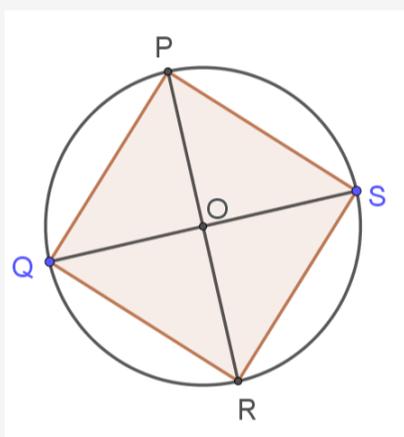
Actividad 2

Problema 3

- Tracen un segmento AB de cualquier medida y construyan un cuadrado $ABCD$ (en el que AB sea uno de sus lados). Verifiquen que, al mover cualquiera de los elementos de la figura, $ABCD$ siga siendo un cuadrado.
- Tracen otro segmento EF . ¿Será posible construir un cuadrilátero $EFGH$ que tenga sus cuatro lados de la misma medida, pero que no sea un cuadrado?

Problema 4

- Copien esta figura en GeoGebra. La figura copiada puede tener distinto tamaño, pero debe conservar la forma de la original, es decir, podría verse como una ampliación o una reducción.



\overline{PR} es perpendicular a \overline{QS} .

Observación: recuerden que al mover cualquiera de sus elementos, la figura debe mantener su forma.

- ¿Cómo realizaron la construcción y qué herramientas utilizaron? Escríbanlo en sus carpetas.
- Comparen sus construcciones con las de sus compañeros:
 - ¿Usaron las mismas herramientas?
 - ¿Construyeron la figura en el mismo orden?
 - ¿Qué sucede con la figura al mover los puntos?
- ¿Es cierto que $PQRS$ es un cuadrado? Expliquen por qué.

Problema 5

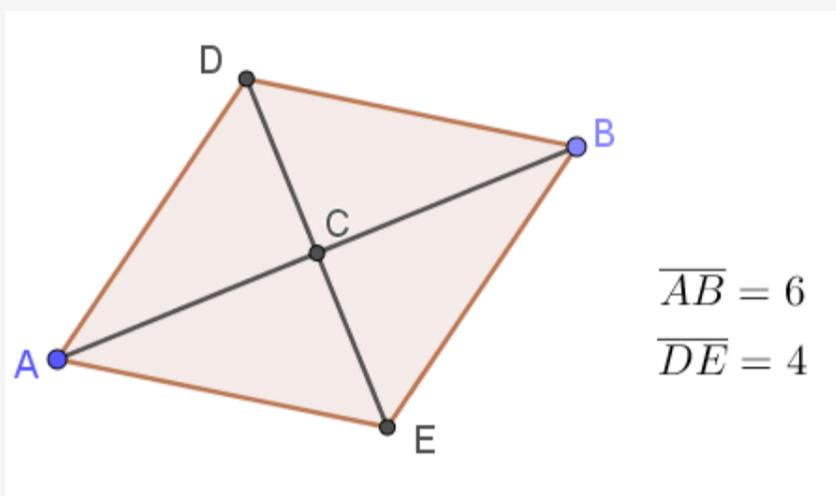
- Tracen un segmento PQ de 7 unidades de longitud con la herramienta *Segmento de longitud dada*  y después construyan un rectángulo $PQRS$ que tenga a ese segmento como diagonal.
- ¿Se pueden construir otros rectángulos distintos que tengan \overline{PR} como diagonal?
¿Cuántos hay?

Problema 6

Parte 1 (versión dibujo)

Para realizar en parejas:

Copien este rombo en GeoGebra. Recuerden que la figura copiada puede tener distinto tamaño, pero debe conservar la forma de la original, aun si se mueve cualquiera de sus elementos. A medida que vayan haciendo la construcción, registren las herramientas que usaron.



Parte 1 (versión instructivo)

Para realizar en parejas:

Realicen en GeoGebra la construcción que propone este instructivo:

- Con la herramienta *Segmento de longitud dada* , construyan un segmento de 6 unidades. Llamen A y B a sus extremos.
- Con la herramienta *Medio o Centro* , construyan el punto medio del segmento AB y llámenlo C .
- Con la herramienta *Recta perpendicular* , construyan una recta perpendicular al segmento AB que pase por el punto C . Llamen g a dicha recta.
- Con la herramienta *Circunferencia (centro, radio)* , construyan una circunferencia con centro en C y de 2 unidades de radio.
- Con la herramienta *Intersección* , encuentren los puntos de intersección entre la circunferencia y la recta g . Llamen D y E a dichos puntos.
- Con la herramienta *Polígono* , construyan el polígono $AEBD$.

Parte 2

Para realizar en grupos:

Formen un equipo entre dos parejas que hayan realizado tareas distintas en la parte 1 del problema. Comparen el trabajo realizado en cada pareja y respondan las siguientes preguntas:

- ¿Cómo realizaron la construcción y qué herramientas utilizaron?
- Comparen sus construcciones con las de sus compañeros:
 - ¿Usaron las mismas herramientas?
 - ¿Construyeron la figura en el mismo orden?
 - ¿Qué sucede con la figura al mover los puntos?
- ¿Es cierto que $AEBD$ es un rombo? Expliquen por qué.

Problema 7

- Construyan en GeoGebra un paralelogramo de lados $AB=7$ y $AC=4$.
- ¿Se puede hacer otro distinto con los mismos datos? ¿Cuántos paralelogramos que cumplan con lo pedido se pueden construir?

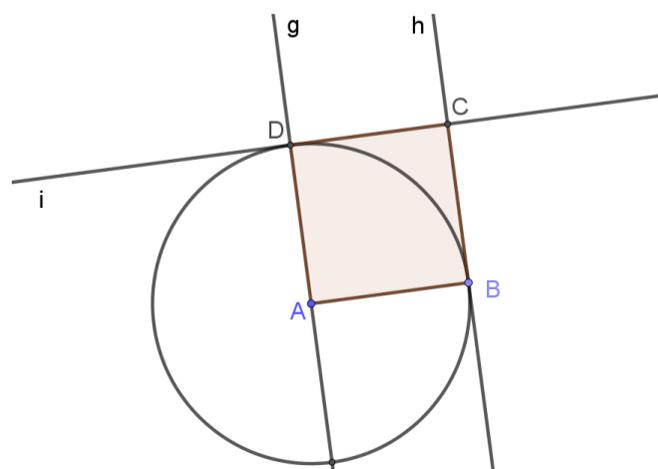
← Actividad anterior

Actividad siguiente →

En el problema 3, se propone recuperar algunas de las propiedades que definen un cuadrado, para que pueda ser construido, a partir de estas, en un entorno dinámico. A su vez, se espera que los estudiantes puedan explorar cuáles de esas propiedades son compartidas con el rombo.

En la consigna **a.**, podrían recuperar lo realizado en el problema anterior, con la diferencia de que, en este caso, el lado AB — que antes era de 5 unidades — ahora debe ser de cualquier medida. Ante esto, puede suceder que elijan un valor determinado o que empiecen su construcción con la herramienta *Segmento*, sin considerar ningún valor específico. También, como en los problemas anteriores, es muy probable que antes de conseguir la construcción correcta surjan varias opciones que se desarmen al mover los puntos. Se ofrecen para la consulta algunas [construcciones posibles para este problema](#).

En el caso de que, por ejemplo, consideren $AB=5$, la construcción será menos compleja, ya que podrían reproducir lo realizado en el problema 2 y definir el punto D como la intersección entre la recta perpendicular a AB por A y la circunferencia. De esta forma AD , al ser radio de la circunferencia, también medirá 5 unidades, y $ABCD$ será un cuadrado.



Si comienzan con la herramienta *Segmento* , deberían usar *Circunferencia (centro, punto)*  y considerar uno de los extremos del segmento como centro y el otro como un punto perteneciente a la circunferencia. Luego de esto, se pueden trazar paralelas y perpendiculares de forma similar a la otra construcción.

Por otro lado, también existe la posibilidad de que, explorando GeoGebra, los estudiantes encuentren la herramienta *Segmento de longitud dada* , que en la secuencia es presentada más adelante. Esta herramienta es muy útil y permite trazar uno de los lados del cuadrado de la medida deseada, pero no admite definir la perpendicularidad entre sus lados. Por este motivo, una construcción hecha solo con este tipo de segmentos se deformará al mover sus elementos.

En la parte **b.** del problema, no se espera que los estudiantes realicen una nueva construcción robusta, sino que puedan explorar en GeoGebra a partir de lo realizado previamente y reconocer que será posible que *EFGH* sea un rombo. La construcción que no se deforma, en este caso, puede ser muy compleja para ser construida por ellos con las herramientas que tienen disponibles hasta el momento. Por esta razón, se pueden plantear distintas alternativas:

- Analizar lo realizado en la consigna **a.** y discutir qué es lo que no sirve de la construcción anterior, si se quiere que *EFGH* no sea un cuadrado.
- Compartir y estudiar con la clase la construcción robusta ya realizada.

En el problema 4, se apunta a que los estudiantes realicen el copiado dinámico de una figura dada en GeoGebra. Esta tarea se diferencia de un copiado con lápiz y papel. El propósito es reproducir una figura que tenga las mismas propiedades que la dada y que no se deforme al desplazar los puntos que la determinan. De esta manera, es posible ampliar o reducir el tamaño de la figura copiada sin que se modifiquen sus características originales. A partir de esta construcción, los estudiantes podrán argumentar por qué el polígono es un cuadrado, al identificar las propiedades de sus diagonales.

Considerando que este es el primer problema que plantea un copiado de figura, si los estudiantes muestran dificultades para abordar lo pedido, el docente podrá sugerirles realizar el copiado con lápiz y papel. Este trabajo les permitirá reconocer las relaciones de los elementos geométricos de la figura.

Algunas construcciones posibles para realizar la copia pueden partir de:

- La circunferencia, y construir luego las diagonales que deben ser diámetros.
- Las diagonales perpendiculares, y luego construir una circunferencia para determinar los vértices del cuadrado.

- El cuadrado, retomando el trabajo del problema anterior.
- El segmento QS , y determinar O como punto medio para luego construir la otra diagonal (perpendicular a QS) y la circunferencia.

Una vez más, se ofrecen para su consulta algunas [construcciones posibles para este problema](#).

Si bien no se espera que el estudiante justifique todas las relaciones definidas en la construcción que logre, sí se pretende que pueda establecer qué herramientas usó para generar la copia y qué relaciones estableció.

En la consigna **d.**, la pregunta sobre si $PQRS$ es un cuadrado invita a presentar argumentos para poder validarlo. Será el docente quien decida, según las características del grupo, el nivel de las argumentaciones que se desarrollarán en la puesta en común.

Por ejemplo, se podría notar que el cuadrilátero tiene sus diagonales perpendiculares y de igual medida (por cómo fue construido) y que, además, estas se intersecan en sus puntos medios (ya que los segmentos OP , OS , OQ y OR son radios de la circunferencia de centro O). Teniendo en cuenta esta información, ya podría afirmarse que $PQRS$ es un cuadrado.

Sin embargo, también se podría demostrar que los cuatro lados tienen la misma medida. Para esto, habría que recurrir a los criterios de congruencia de triángulos.

Más allá del tipo de argumentaciones que se expliciten en la clase, es importante que sí se puedan reconocer las propiedades del cuadrado involucradas en este problema:

- Sus lados tienen la misma medida, son perpendiculares y paralelos dos a dos.
- Sus diagonales tienen la misma medida, son perpendiculares y se intersecan en sus puntos medios.

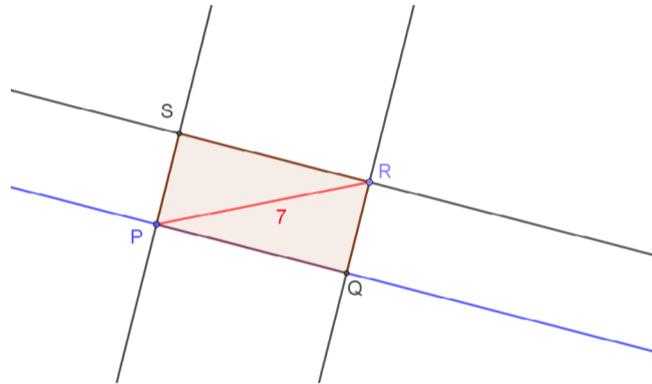
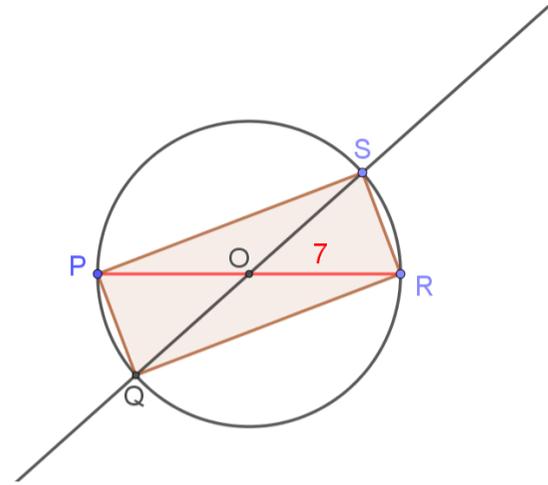
Estas conclusiones serán retomadas y exploradas en los siguientes problemas.

En el problema 5, se aborda el análisis de la propiedad de que las diagonales de un rectángulo son congruentes y se intersecan en su punto medio. Con el dinamismo de GeoGebra, los estudiantes podrán explorar que existe una familia de rectángulos distintos que se pueden construir dada la medida de una de sus diagonales.

Los estudiantes deberán estudiar las condiciones de los datos que plantea el enunciado para asegurar la existencia de una solución y analizar su unicidad. Dado que no se pretende el estudio de todas las herramientas de GeoGebra en profundidad, sino que estas aparezcan como

necesarias para la resolución de los problemas propuestos, será el docente quien los acompañe en este proceso. Dentro de las construcciones posibles, podemos describir dos:

- Trazar la diagonal PR de 7 unidades de longitud, determinar su punto medio O con la herramienta *Medio o Centro*  y construir una circunferencia con centro en ese punto y radio OR . Al trazar cualquier otra recta que pase por O (con la herramienta *Recta* ) , quedará definido otro diámetro y se podrán obtener los dos vértices necesarios para determinar el rectángulo.
- Construir un segmento PR de 7 unidades de longitud y trazar una recta cualquiera que pase por P , que servirá para definir uno de los lados del rectángulo. Trazando perpendiculares y/o paralelas, se pueden determinar los vértices $PQRS$ del rectángulo y construirlo, teniendo presente que PR debe ser diagonal y medir 7 unidades.



Se ofrecen para su consulta las [construcciones que fueron desarrolladas](#).

Ambas construcciones son distintas, en el sentido de que una de ellas pone en juego las propiedades de las diagonales de un rectángulo (son congruentes y se cortan en su punto medio) y la otra reconoce la perpendicularidad entre los lados consecutivos. Si bien la consigna del problema no exige la validación de las construcciones, el docente podrá decidir qué tipo de argumentaciones desplegar al respecto.

En una puesta en común de la consigna **a.**, se pretende que el docente propicie el análisis y la comparación de construcciones distintas. Será interesante que sean los estudiantes quienes expliciten las relaciones que encontraron entre los elementos geométricos. Una vez analizadas las construcciones, será posible responder a la consigna **b.** del problema. El docente puede sugerir el desplazamiento de los puntos móviles para explorar la cantidad de soluciones.

La posibilidad de realizar en GeoGebra construcciones dinámicas, y en particular robustas, permite generar una familia de rectángulos cuya diagonal mide 7 unidades, y entonces

concluir que existen infinitos. Será interesante reconocer qué elementos cambian y cuáles no en cada uno de estos distintos rectángulos. Por ejemplo, los estudiantes podrán identificar que —siempre que la figura sea robusta— se conservará la medida de las diagonales, pero irán variando las medidas de sus lados, los ángulos entre las diagonales, los ángulos entre una diagonal y un lado. Si bien este mismo problema puede ser abordado con lápiz y papel, en GeoGebra se puede realizar una sola construcción que permite visualizar este conjunto de rectángulos que cumplen con lo pedido.

El problema 6 está dividido en dos partes. En la primera, se propone la realización de dos tareas distintas en el aula, que se desarrollarán en forma paralela: a algunas parejas de estudiantes se les dará el dibujo de un rombo con el propósito de realizar una copia dinámica y, al mismo tiempo, se les entregará a otros dúos un instructivo para construir la misma figura en GeoGebra. En la segunda parte, el docente propondrá que los estudiantes se agrupen en equipos de a cuatro. Dentro de cada equipo, cada pareja debe haber trabajado en una tarea distinta previamente, a fin de que puedan comparar lo realizado por cada una. A partir de este intercambio, se podrá profundizar en el uso de herramientas nuevas y conocidas, y reforzar la idea de que se pueden realizar construcciones que no se deformen al mover los puntos.

El copiado invita a analizar los elementos que conforman la figura y reconocer las propiedades que los vinculan. En particular, es posible que los estudiantes identifiquen características tales como que la figura es un rombo, que las diagonales son perpendiculares, que se cortan en su punto medio pero no son congruentes.

En cambio, el trabajo con un instructivo involucra a los estudiantes en la realización de una construcción elaborada por otro. Sin embargo, una vez construida la figura, ellos pueden determinar cómo se relacionan entre sí los datos de la construcción. Por ejemplo, en el instructivo se construye una circunferencia que no aparece en la figura de la copia y que permite determinar dos de los cuatro vértices del rombo.

Cada modalidad aporta, desde el punto de vista didáctico, aspectos distintos del trabajo geométrico. Por un lado, la reproducción de figuras supone la búsqueda de elementos y relaciones apropiadas para caracterizarlas, relaciones que se explicitan cuando son comunicadas a otros en el trabajo en grupos. Por otro, la construcción a partir de un instructivo permite analizar con los estudiantes la posibilidad de construir la figura y la cantidad de soluciones existentes. Se ofrece para su consulta la [construcción que responde al instructivo](#).

El problema 7 involucra la construcción de un paralelogramo a partir de la medida de sus lados. El dinamismo de GeoGebra aportará a la exploración de una construcción que, al ser robusta, representará una familia de paralelogramos que verifican lo pedido. En este caso, muchas de las herramientas de GeoGebra que podrían ser utilizadas por los estudiantes han sido exploradas en problemas anteriores. Se ofrecen para su consulta algunas posibles [construcciones del paralelogramo](#).

Dentro de las opciones que aparezcan en el aula, podría surgir la idea de comenzar la construcción con la herramienta *Segmento de longitud dada* , para construir un segmento de 7 unidades y otro de 4:

- Si los dos segmentos comparten el mismo vértice A , el programa los construye superpuestos. Será el docente quien pueda sugerir desplazar los puntos C o B , para simplificar la tarea y poder continuar la construcción trazando rectas paralelas.
- Si los dos segmentos son construidos sin un vértice común, el paralelogramo se puede dibujar desplazando los segmentos hasta que dos de sus vértices parezcan encimados, para luego continuar la construcción. Sin embargo, a diferencia de la primera opción, esta se desarmará si se mueve alguno de los vértices (no será robusta).

Nuevamente, en este problema se pone en juego la cantidad infinita de soluciones, dado que es posible construir una familia de paralelogramos de lados 7 y 4, variando el ángulo entre los lados consecutivos. El dinamismo cobra otra vez importancia en este sentido, el uso de GeoGebra permite explorar esta cantidad infinita de soluciones.

Actividad 3. Revisión de lo aprendido en los problemas

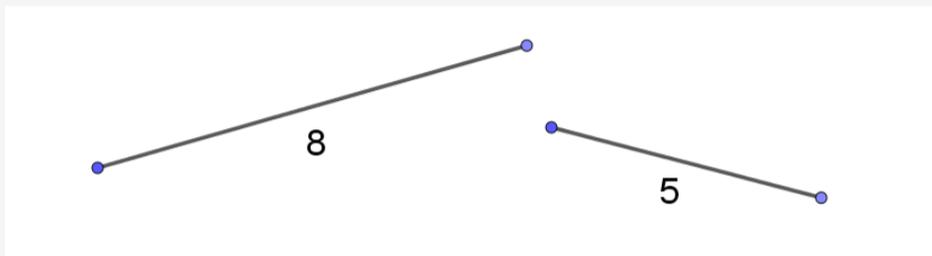
Se ofrece un conjunto de datos para estudiar qué tipo de cuadriláteros pueden ser construidos. Los estudiantes pondrán en juego lo trabajado en los problemas anteriores. Deberán decidir qué cuadrilátero construir y tendrán la posibilidad de verificar cada construcción en GeoGebra.

Revisión de lo aprendido en los problemas

Actividad 3

Problema 8

La siguiente figura muestra las medidas de dos segmentos.



Decidan qué cuadriláteros pueden construir si:

- Ambos segmentos son lados del cuadrilátero.
- Ambos segmentos son diagonales del cuadrilátero.

← Actividad anterior

Actividad siguiente →

Esta actividad propone, a partir de las medidas de dos segmentos, estudiar qué cuadriláteros se pueden construir si se toman dichos segmentos como lados o como diagonales.

Para resolver este problema, los estudiantes podrán ensayar construcciones posibles en GeoGebra. Si el docente proporcionara esta consigna a través de un archivo de GeoGebra, ellos podrían —en una primera exploración— desplazar los segmentos y explorar qué cuadriláteros son factibles de ser construidos.

Con el recorrido realizado en los problemas anteriores, los estudiantes tendrán argumentos para determinar que los cuadriláteros que se pueden construir, entre otros, son:

- Un rectángulo, si los segmentos son utilizados como lados.
- Un paralelogramo propiamente dicho, si los segmentos son lados o si son diagonales.
- Un rombo, si los segmentos son sus diagonales.

Una vez más, se ofrecen para su consulta [algunas construcciones posibles](#) para esta actividad.

A partir de este trabajo, será el docente quien pueda sugerir a los estudiantes tareas como:

- Registrar los pasos de la construcción junto con las herramientas que se utilizaron. Esto permite a los estudiantes recuperar y reproducir las construcciones realizadas.
- Explicar por qué existe o no una construcción, lo que les exige poner en palabras las propiedades de las figuras que fueron estudiando a lo largo de esta secuencia.
- Intercambiar las construcciones entre los grupos para profundizar en la lectura del trabajo de otros.

La elección de abordar esta actividad de síntesis tiene el propósito de que sirva como un instrumento de estudio, análisis y recuperación de las estrategias desarrolladas a lo largo de los problemas.

Actividad 4. Producción digital integradora

El objetivo de esta actividad es que los estudiantes puedan analizar y reflexionar sobre el camino recorrido a través de las actividades realizadas y los aprendizajes adquiridos.

Producción digital integradora

Actividad 4

Realicen una revisión del camino recorrido, reconstruyendo y sintetizando lo aprendido. El objetivo será integrar y comunicar sus acciones y reflexiones, a través de la elaboración de una infografía. Para realizar la presentación, pueden considerar los siguientes ítems a modo de guía:

- Aprendizajes sobre los cuadriláteros y las propiedades de sus lados y sus diagonales.
- Dificultades surgidas en las construcciones.
- Consejos para otros estudiantes sobre el uso de las herramientas de GeoGebra.

Algunas herramientas digitales que pueden utilizar son:

- [Inkscape](#) (pueden consultar el [tutorial de Inkscape](#) en el Campus Virtual de Educación Digital). Para el uso de este programa, no se requiere conectividad.
- [Easelly](#) (pueden consultar el [tutorial de Easelly](#) en el Campus Virtual de Educación Digital). Para el uso de este programa, se precisará conexión a internet y se podrá trabajar de manera colaborativa. La producción podrá descargarse en el dispositivo digital en formato JPG.

Para finalizar, compartan su presentación en un mural digital como [Padlet](#) (pueden consultar el [tutorial de Padlet](#) en el Campus Virtual de Educación Digital) y comenten las publicaciones de sus compañeros:

- ¿Qué aprendieron leyendo las presentaciones de otros?
- ¿Qué les resultó interesante?
- ¿Modificarían algo? ¿Por qué?

Para esta actividad, se propone hacer una infografía con algunas de las herramientas digitales sugeridas en la consigna. Cada una de ellas abre la posibilidad de transmitir las conclusiones y las reflexiones mediante imágenes, texto, formas, hipervínculos, entre otras alternativas enriquecedoras.

La socialización de las infografías en un mural digital busca que los estudiantes reflexionen también con otros sobre los caminos recorridos a lo largo de las actividades. Asimismo, se promueve el respeto en la red. Para ello, pueden consultarse las Normas de Netiqueta.

Orientaciones para la evaluación

Como se ha planteado a lo largo de este documento, el trabajo con los estudiantes tiene un doble objetivo: apunta a que avancen en sus conocimientos geométricos vinculados a ciertas propiedades de los cuadriláteros para poder construirlos y, a su vez, que exploren y utilicen un programa de geometría dinámica —como GeoGebra— para realizar y validar las construcciones propuestas.



Un aspecto central del trabajo geométrico es el despliegue de un tipo de práctica donde los conocimientos que se poseen sobre una figura pueden utilizarse para abordar otra que se está explorando. El vínculo entre cuadrados, rectángulos, rombos y paralelogramos es un ejemplo de esta idea.

Como se mencionó en la introducción, a lo largo de la secuencia se espera que los estudiantes pongan en juego distintas formas de desplegar el conocimiento geométrico. En particular, se proponen construcciones a partir del copiado de figuras, de un instructivo o de ciertos datos dados. Si bien este tipo de actividades suelen ser trabajadas con lápiz y papel, la inclusión de GeoGebra despliega un tipo de trabajo geométrico diferente. Al tener que realizar construcciones robustas —que no se deformen al mover sus elementos—, se requiere, por parte de los estudiantes, la anticipación y la elaboración de construcciones apoyadas en las propiedades de las figuras. Además, en la propuesta se abre el juego a un trabajo geométrico deductivo, que invita a la argumentación con el propósito de validar las construcciones pedidas.

En relación con el uso de GeoGebra, se intenta que los estudiantes avancen en sus conocimientos sobre el programa, al mismo tiempo que resuelven problemas geométricos. Consideramos que hay un desarrollo dialéctico entre la apropiación del programa y la posibilidad de avanzar en el análisis de las figuras involucradas. Esto es, saber más sobre GeoGebra permite planificar y abordar en mejores condiciones las construcciones. A su vez, conocer progresivamente más sobre los objetos geométricos con los que se trabaja habilita a buscar, elegir y analizar mejor las herramientas de construcción que el programa ofrece.

Algunos indicadores que podrían dar cuenta del avance en los conocimientos de los estudiantes son:

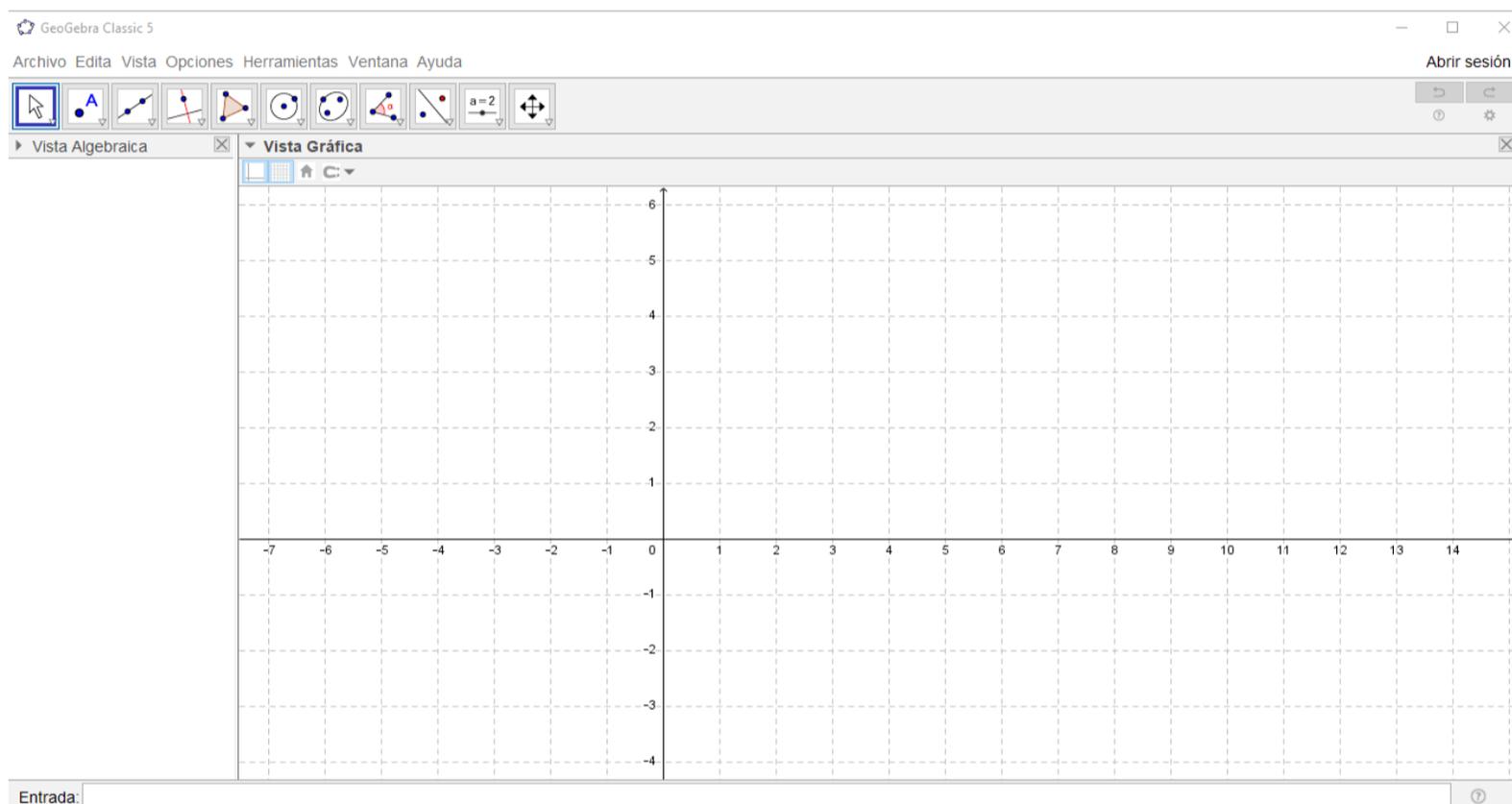
- La identificación progresiva de que, en función de los datos que se ofrecen (ya sean lados o diagonales), es posible —o no— construir distintos tipos de cuadriláteros.
- La exploración de la cantidad de soluciones posibles para una construcción como parte de la práctica geométrica que se intenta instalar.

- La apelación a las propiedades de los cuadriláteros —en particular, aquellas que involucran sus lados y/o diagonales— como posibilidad para anticipar la construcción de dichas figuras.
- El avance en la utilización del programa GeoGebra para realizar las construcciones propuestas, en términos de la selección y el uso de las herramientas, la utilización del arrastre para analizar la construcción, la reflexión sobre las propiedades que se mantienen y las que se modifican en el movimiento.
- La posibilidad de formular argumentos que validen las construcciones propias y/o las de sus compañeros.

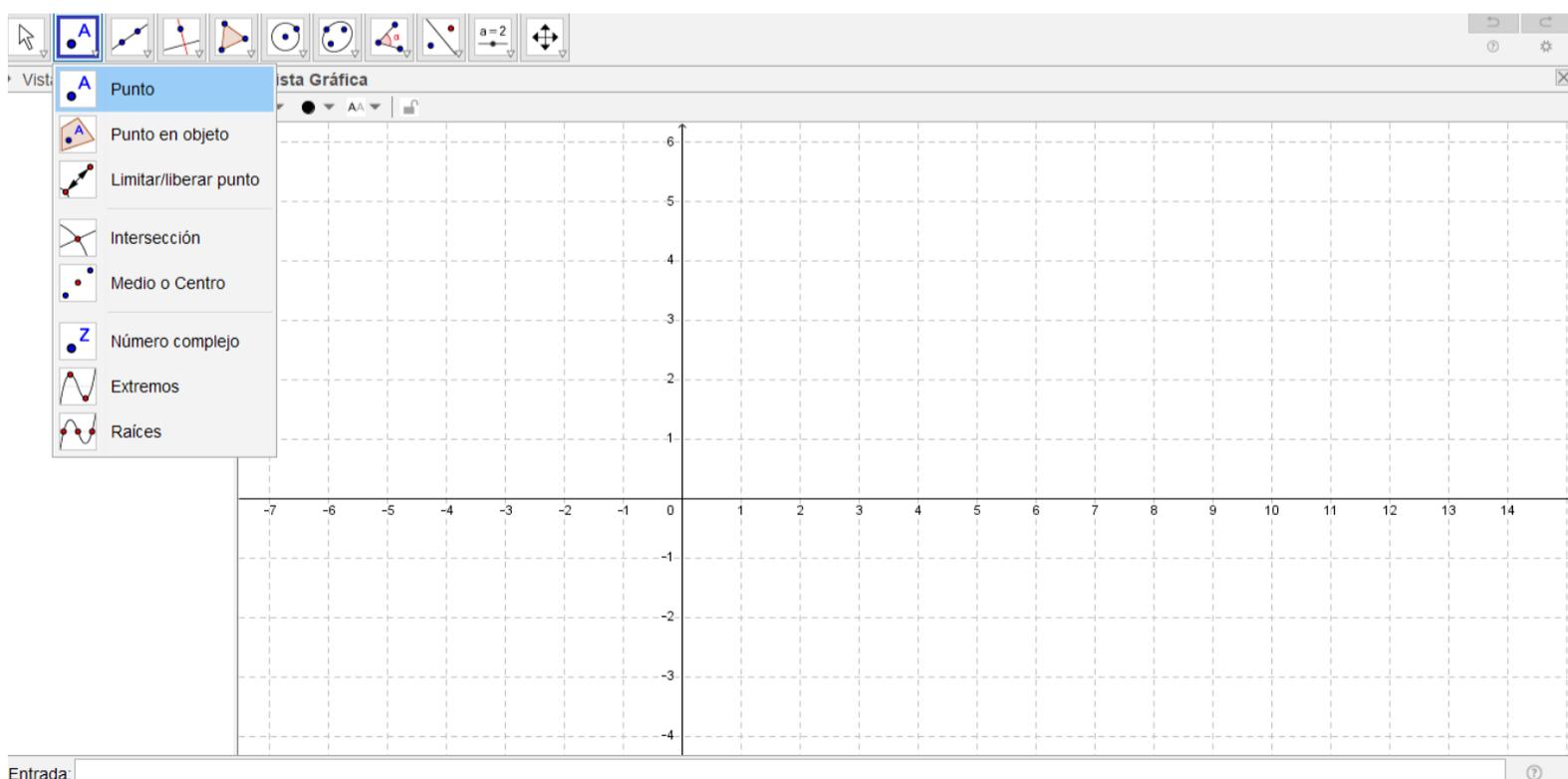
Anexo Primeros pasos con el programa GeoGebra

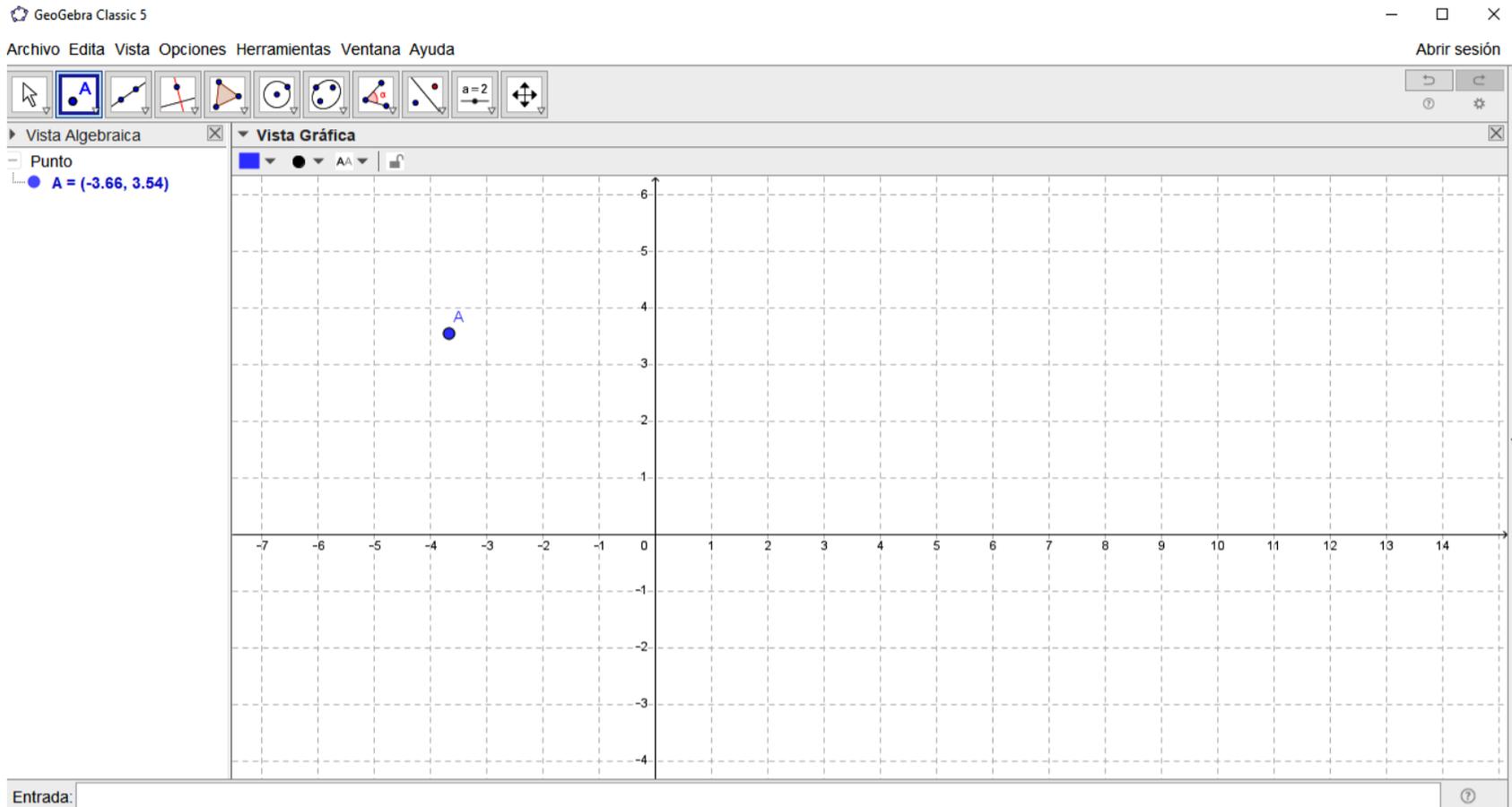
El programa [GeoGebra](#) puede ser descargado fácil y gratuitamente. Las capturas de pantalla que se muestran a continuación corresponden a la versión GeoGebra Clásico 5.

Pueden realizarse construcciones geométricas en la *Vista Gráfica*.

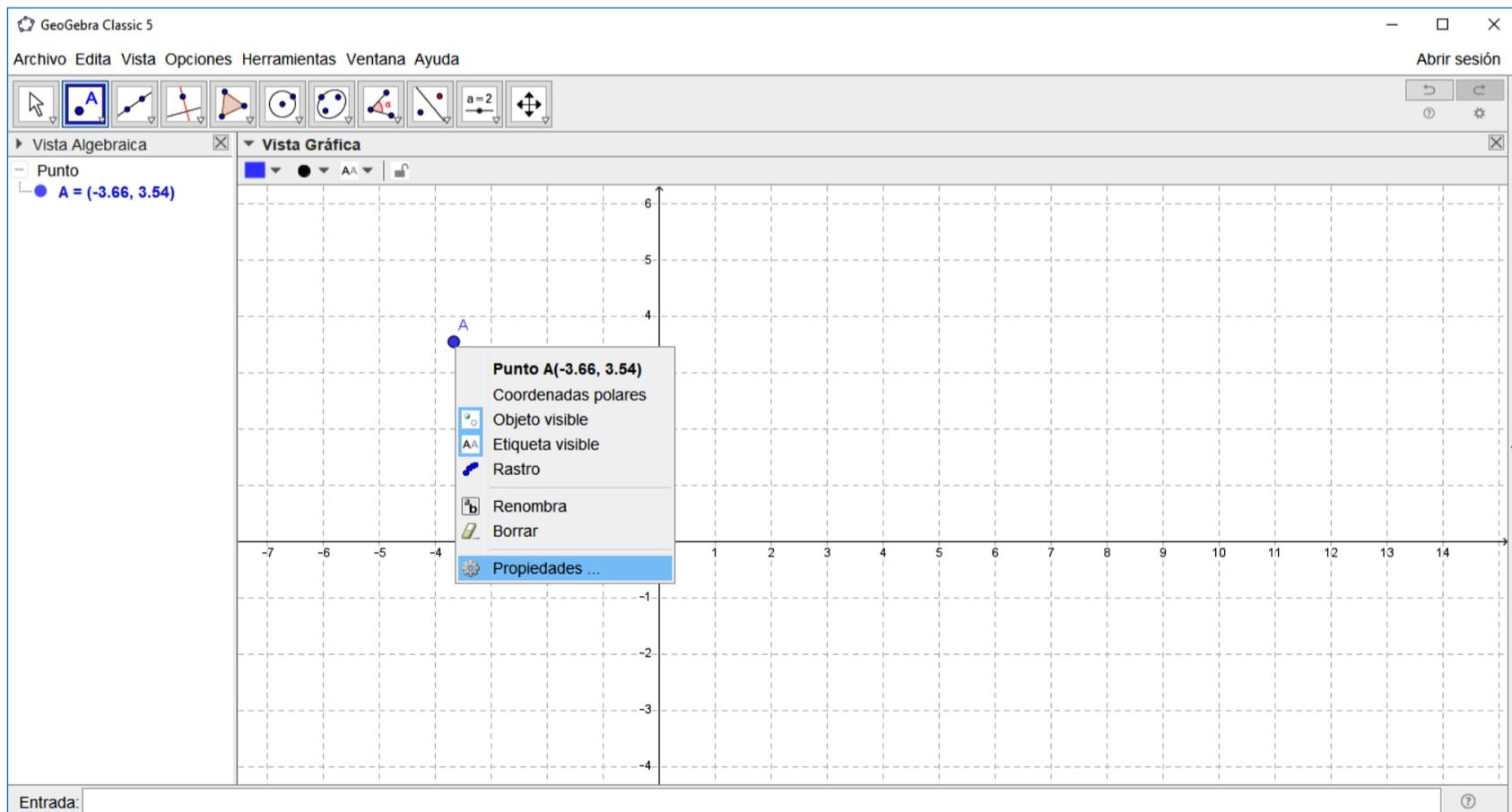


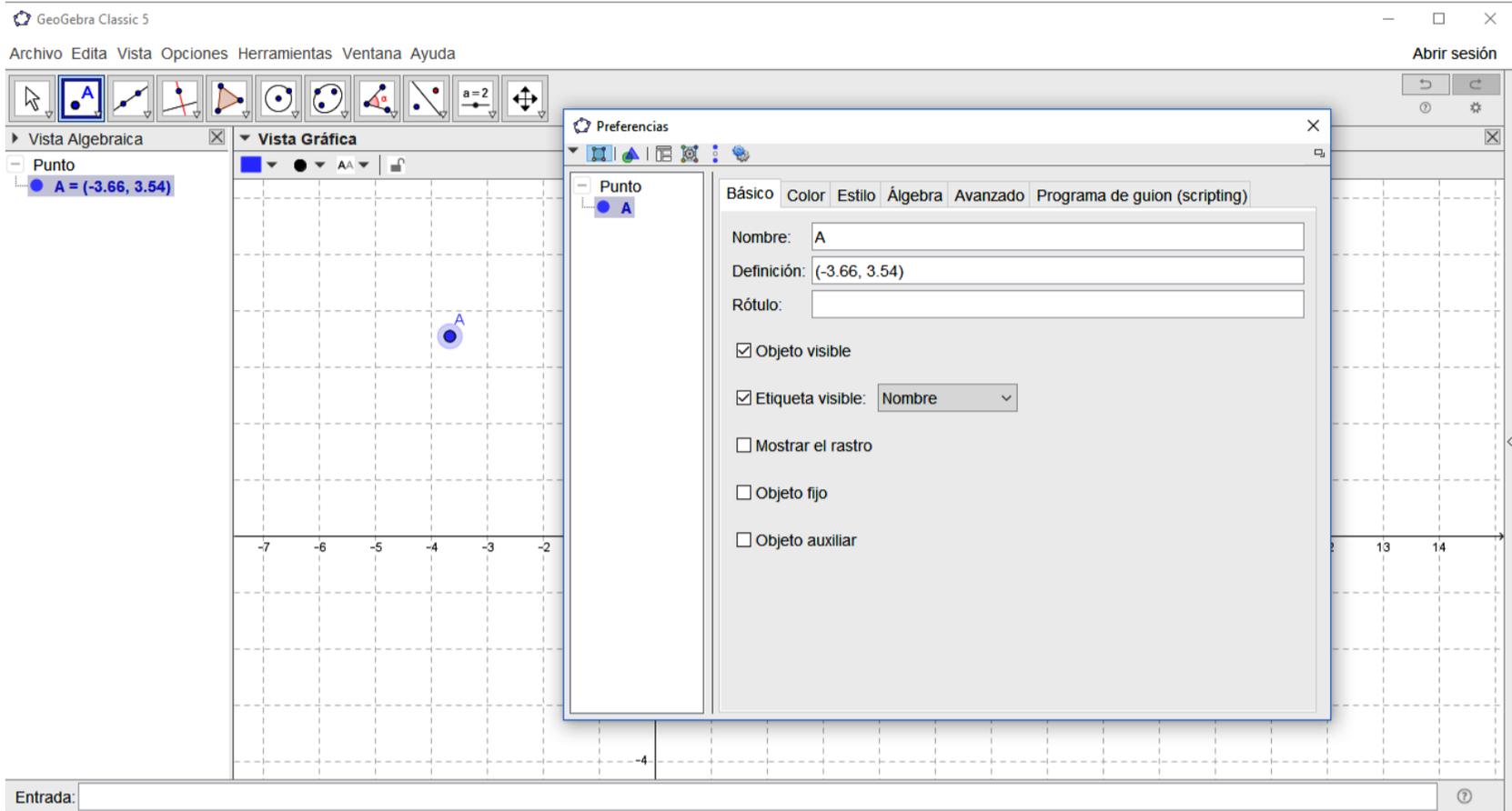
Por ejemplo, para marcar un punto, se clikea en el ícono *Punto* y, luego, en la *Vista Gráfica*.



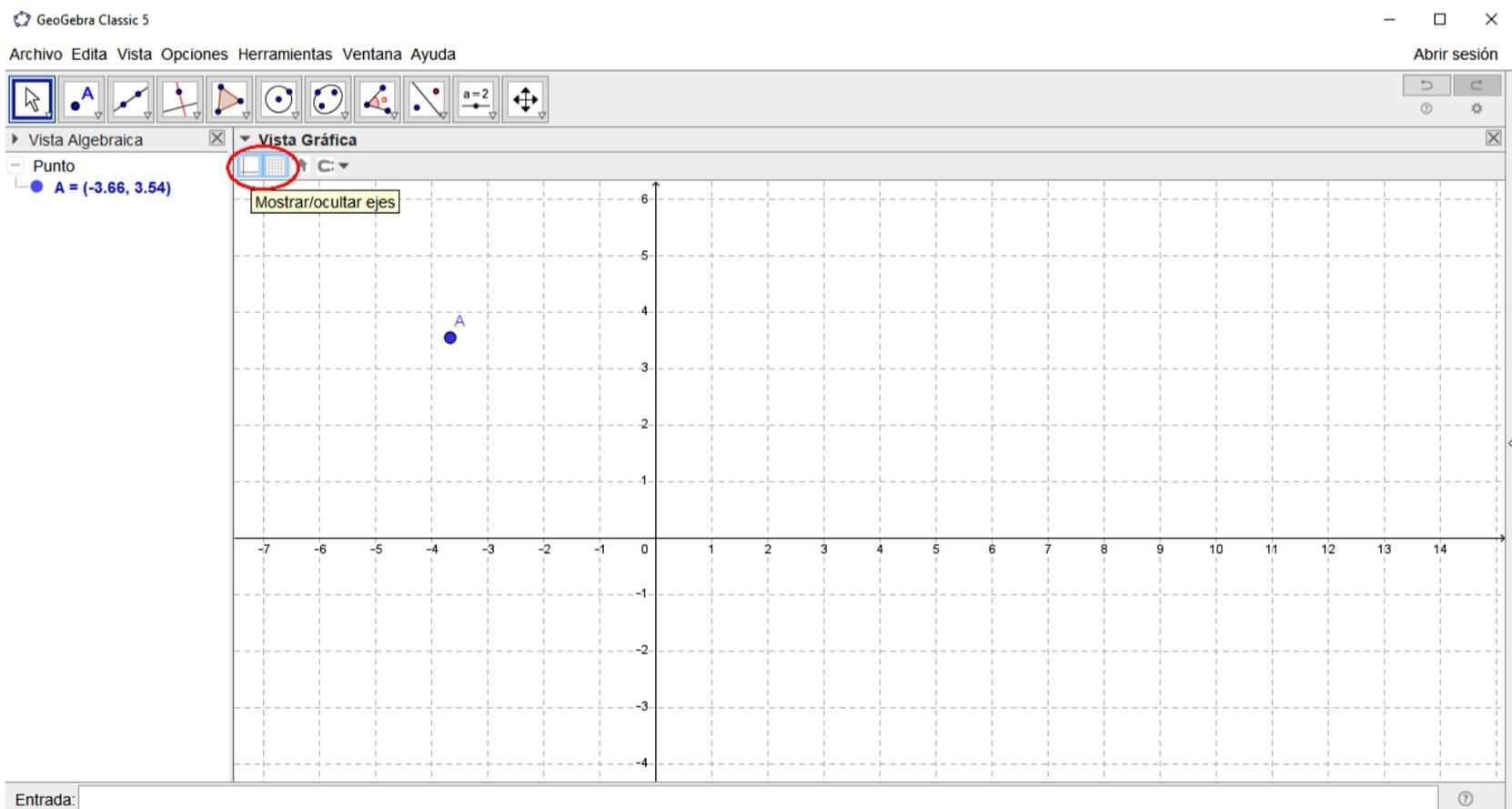


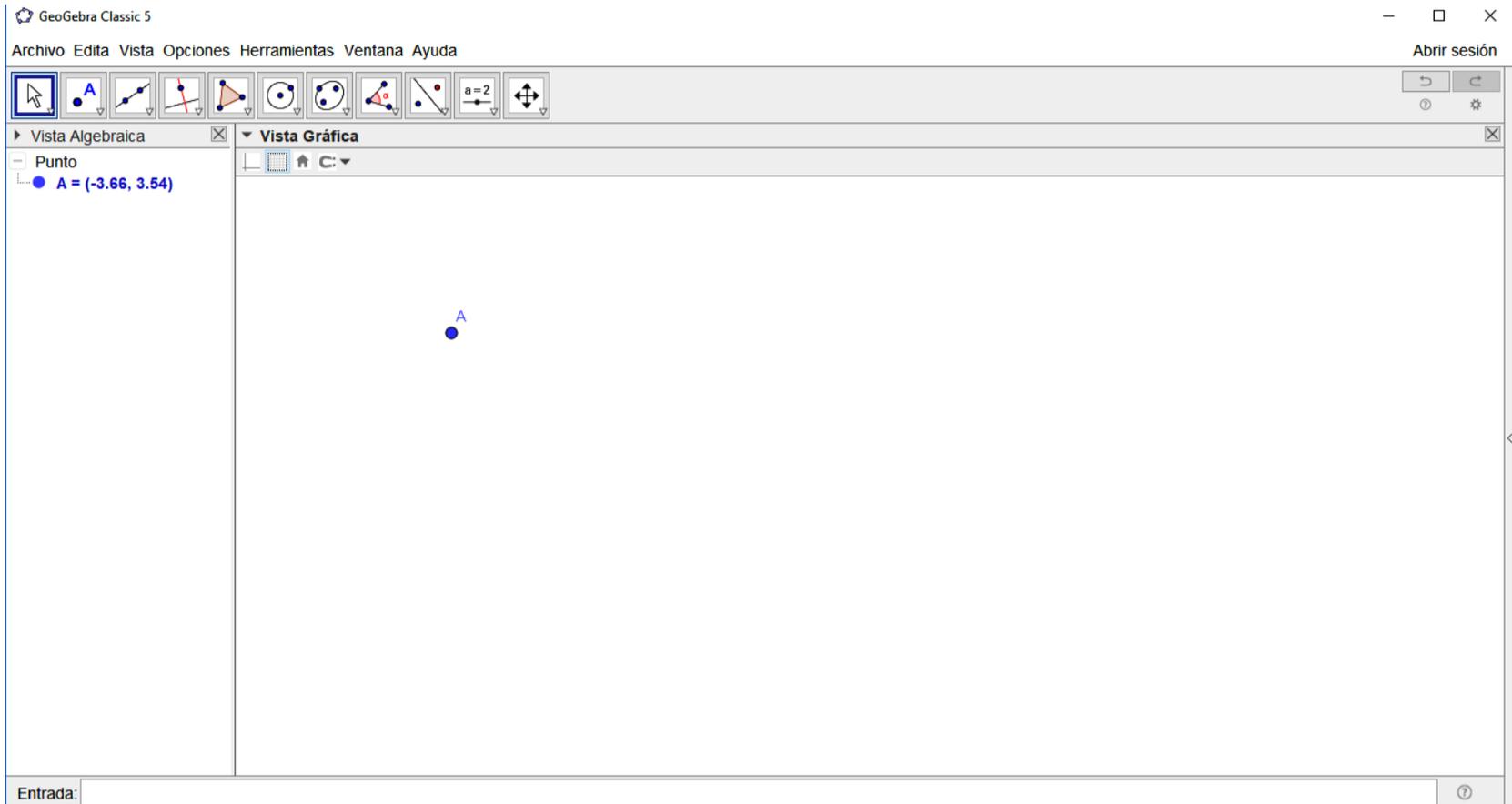
Con el botón derecho del *mouse* sobre el *Punto*, se lo puede renombrar, cambiarle el color o el grosor (al acceder a las *Propiedades* del objeto, cualquiera sea el mismo).



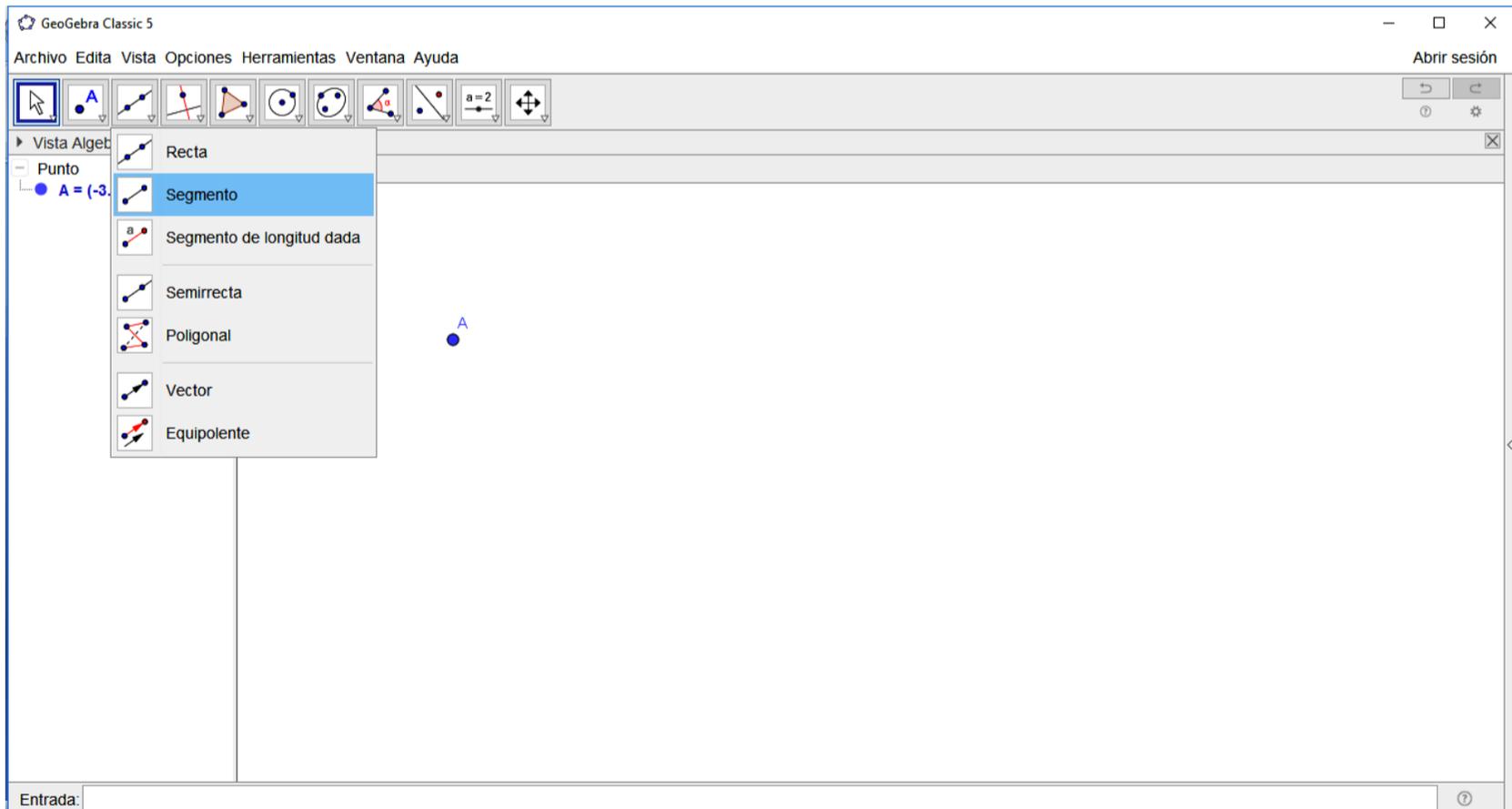


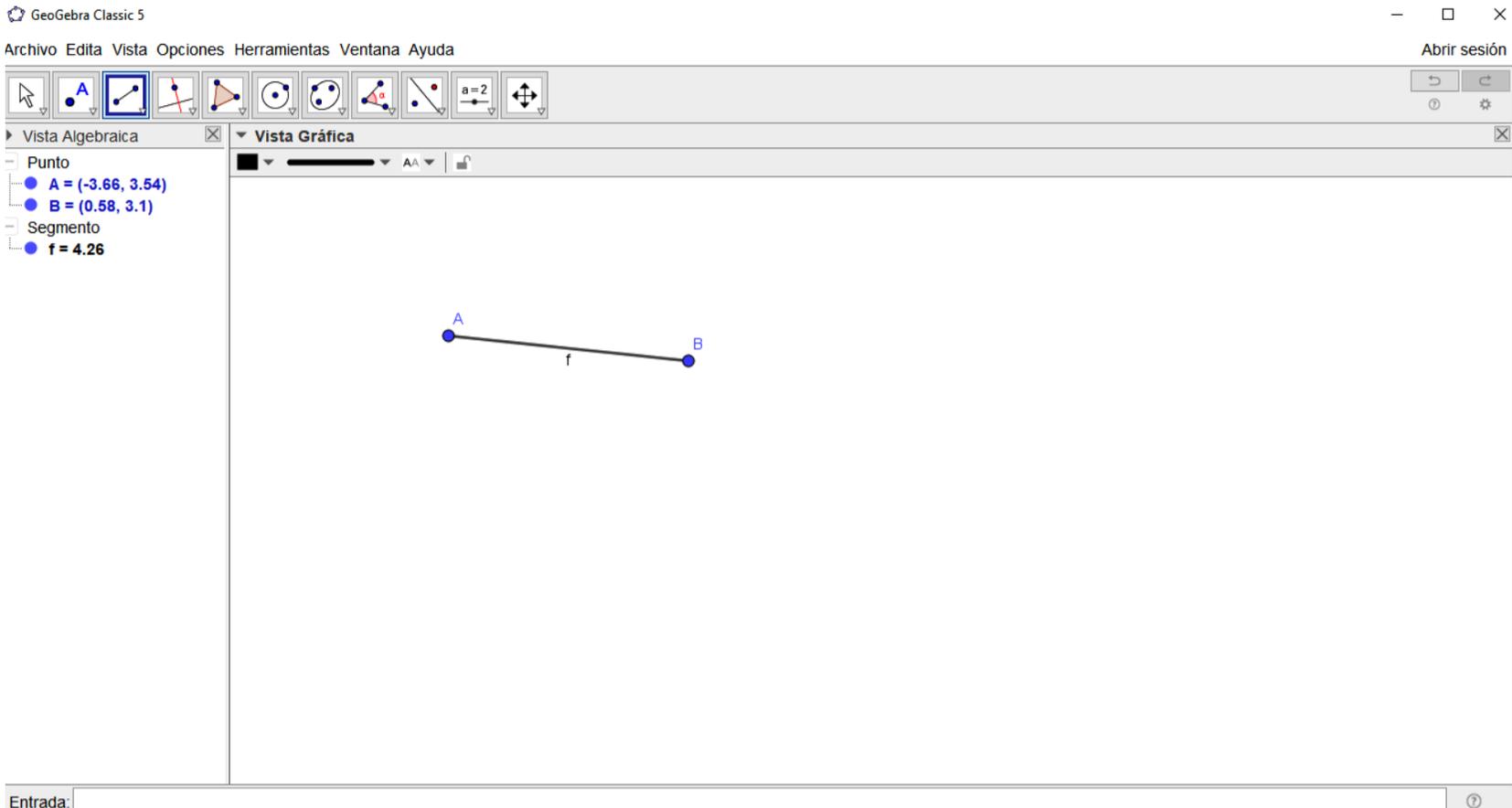
También es posible trabajar en la *Vista Gráfica* sin los ejes y sin la cuadrícula. Estos se muestran u ocultan desde los siguientes botones:



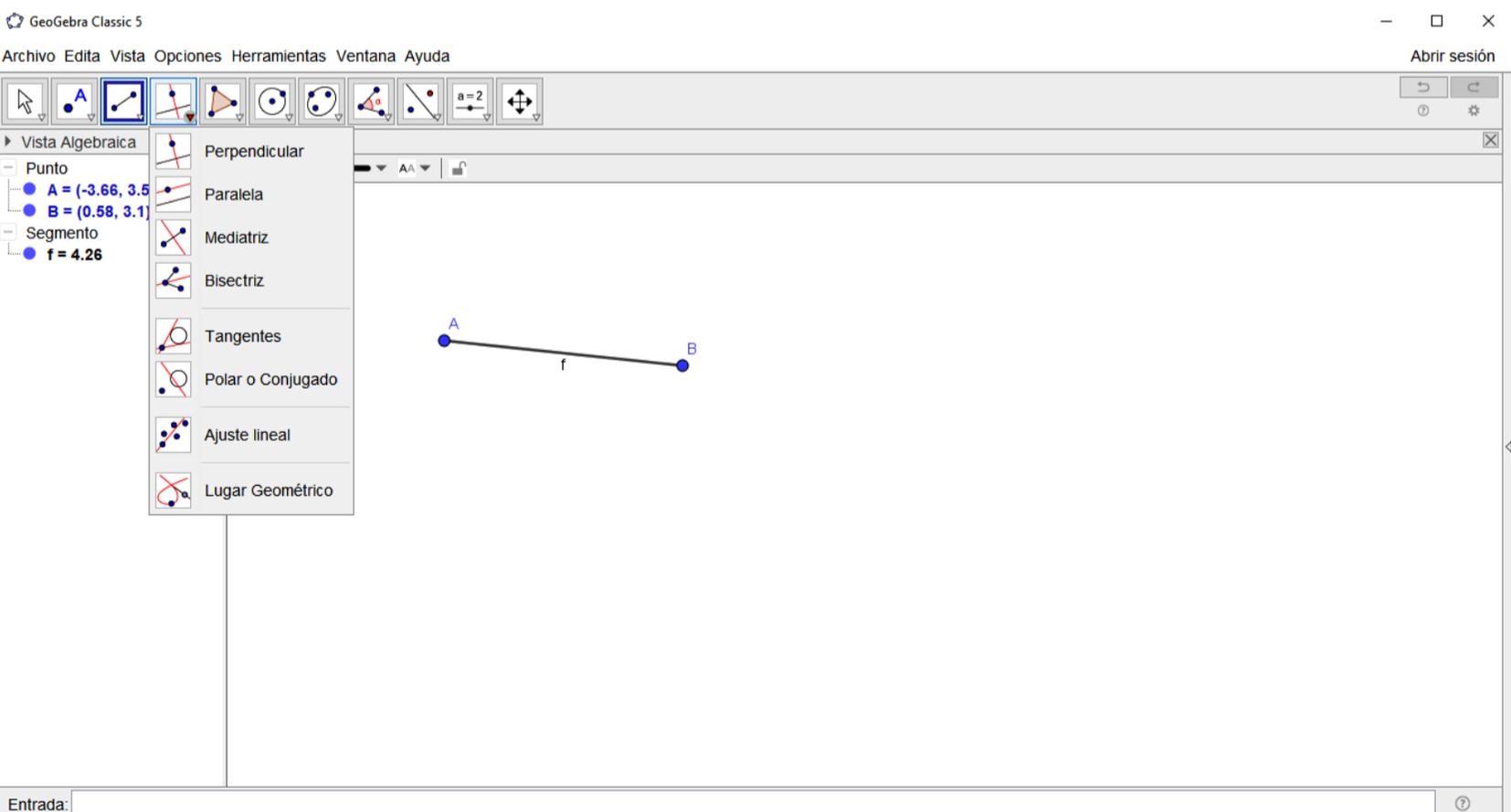


Para trazar un segmento, se cliquea la opción *Segmento*, se marcan los dos puntos y se los une. En este caso, se puede elegir como primer punto el que ya fue construido: el punto A.



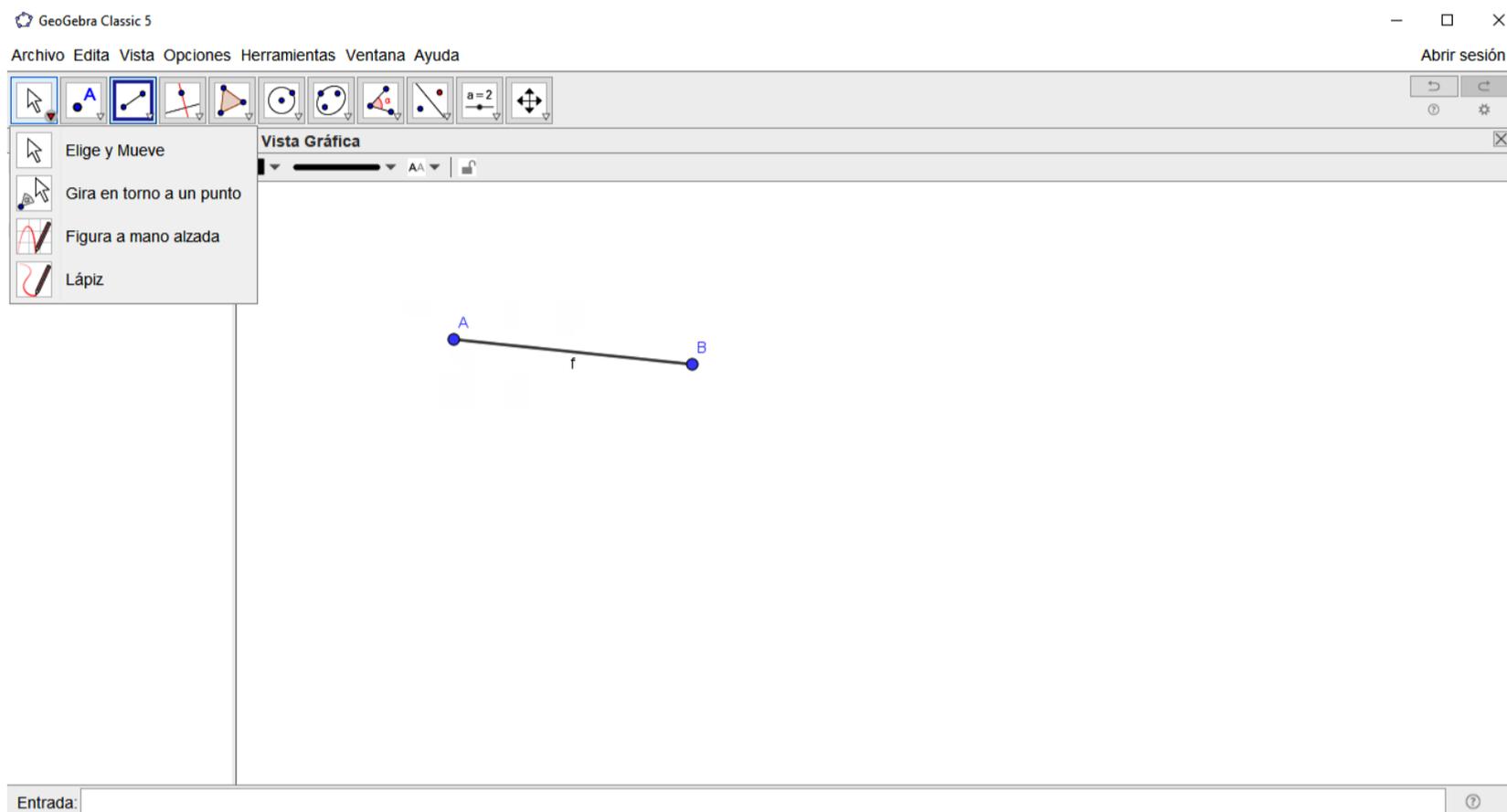


Existen muchas herramientas posibles a través del menú de íconos. Cada menú se despliega haciendo clic en la flecha del margen inferior derecho de cada ícono.

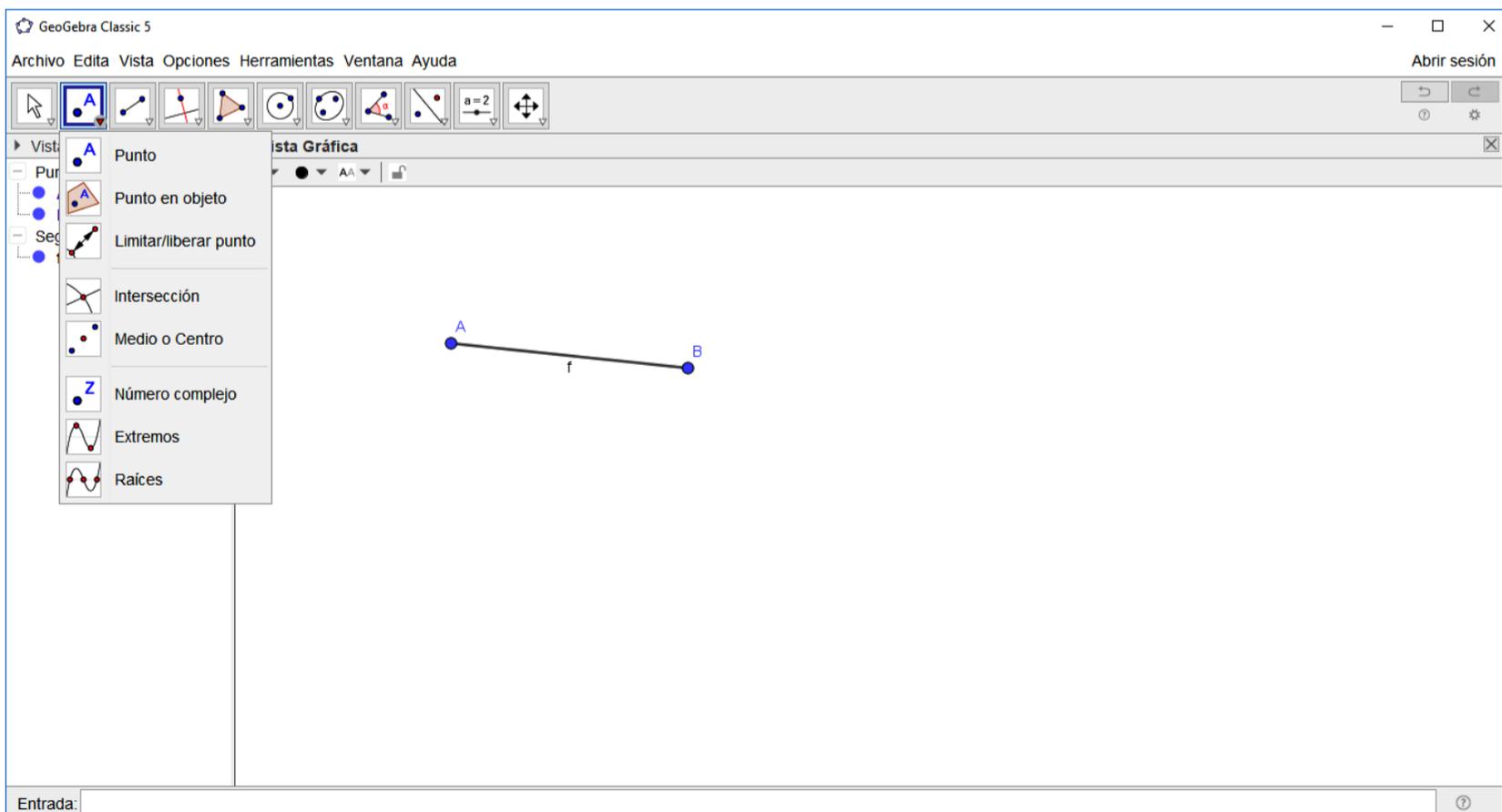


Se muestran a continuación algunos ejemplos:

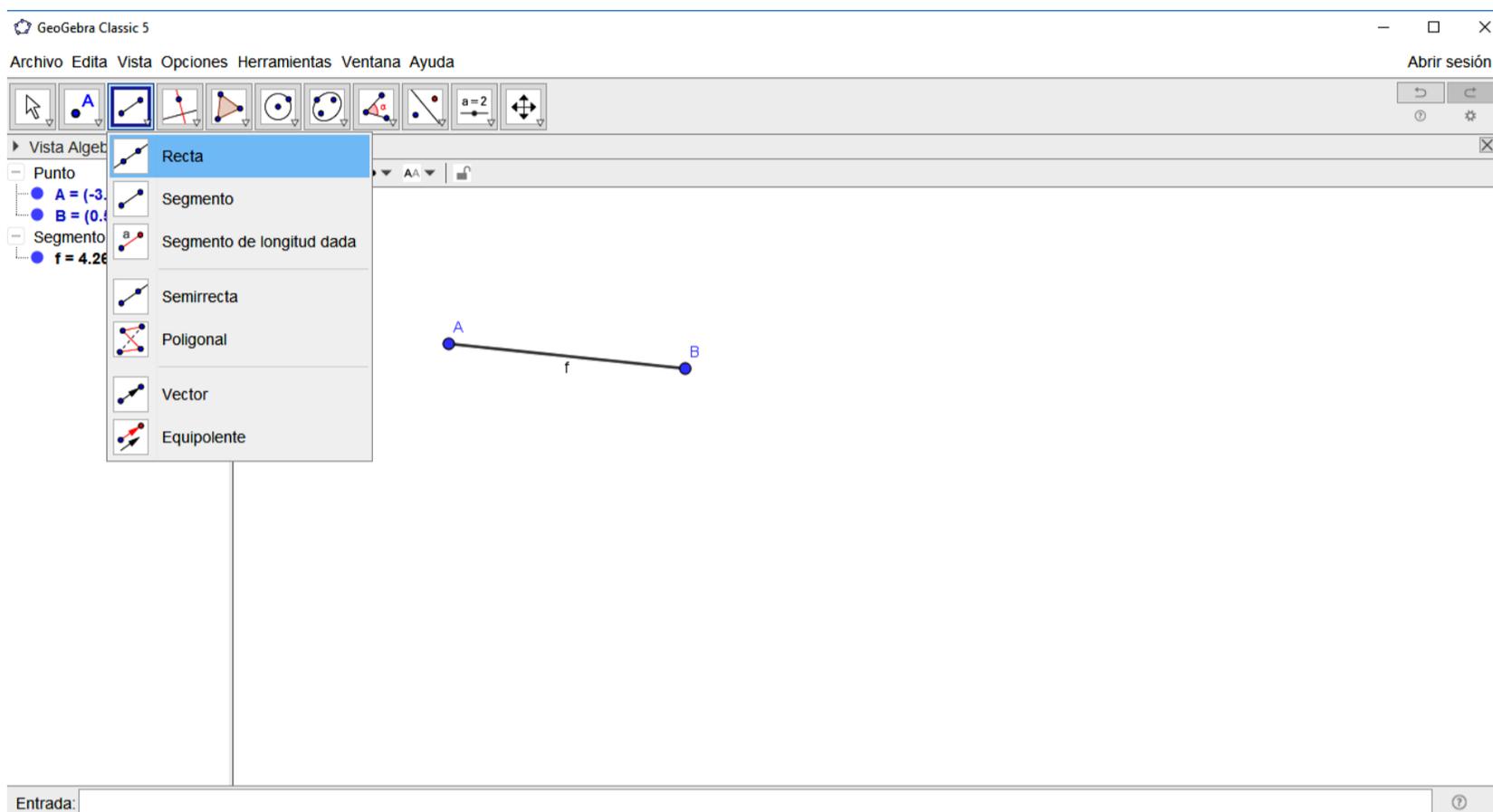
- Desplazar los objetos con las herramientas del ícono *Elige y Mueve*:



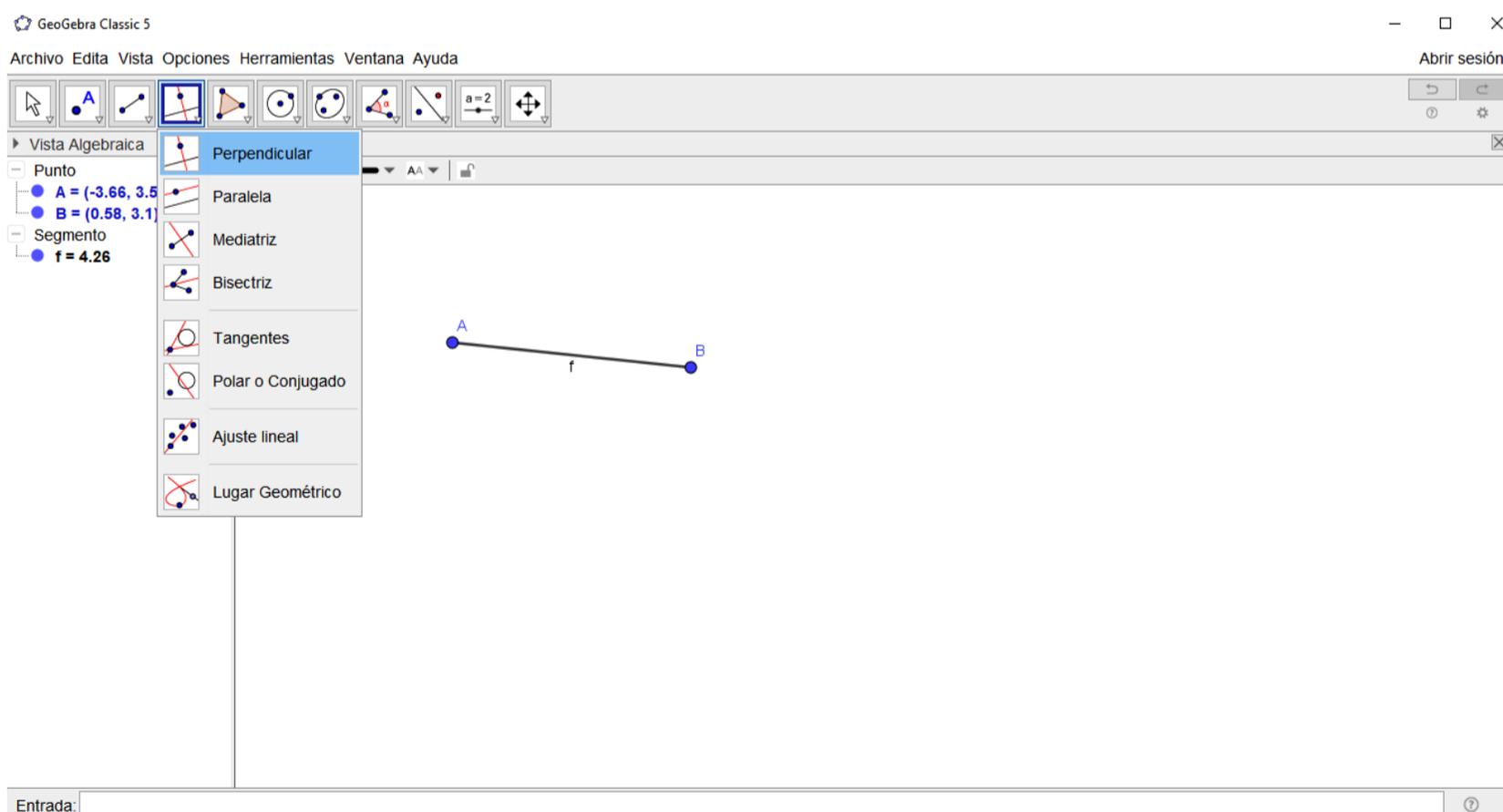
- Trazar puntos, hallar intersecciones, encontrar el punto medio con las herramientas del ícono *Punto*:



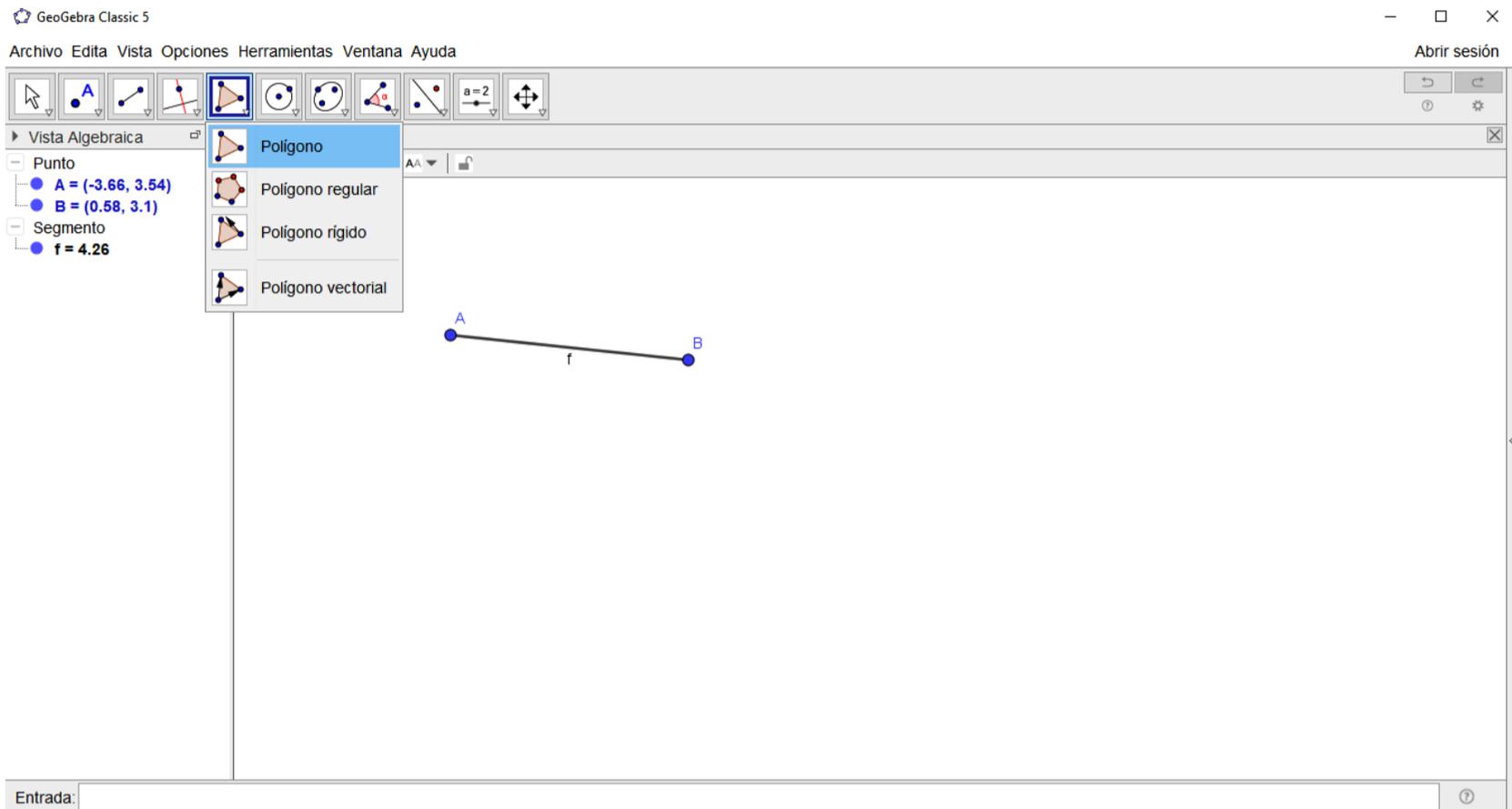
- Trazar segmentos, rectas, semirrectas con las herramientas del ícono *Recta*:



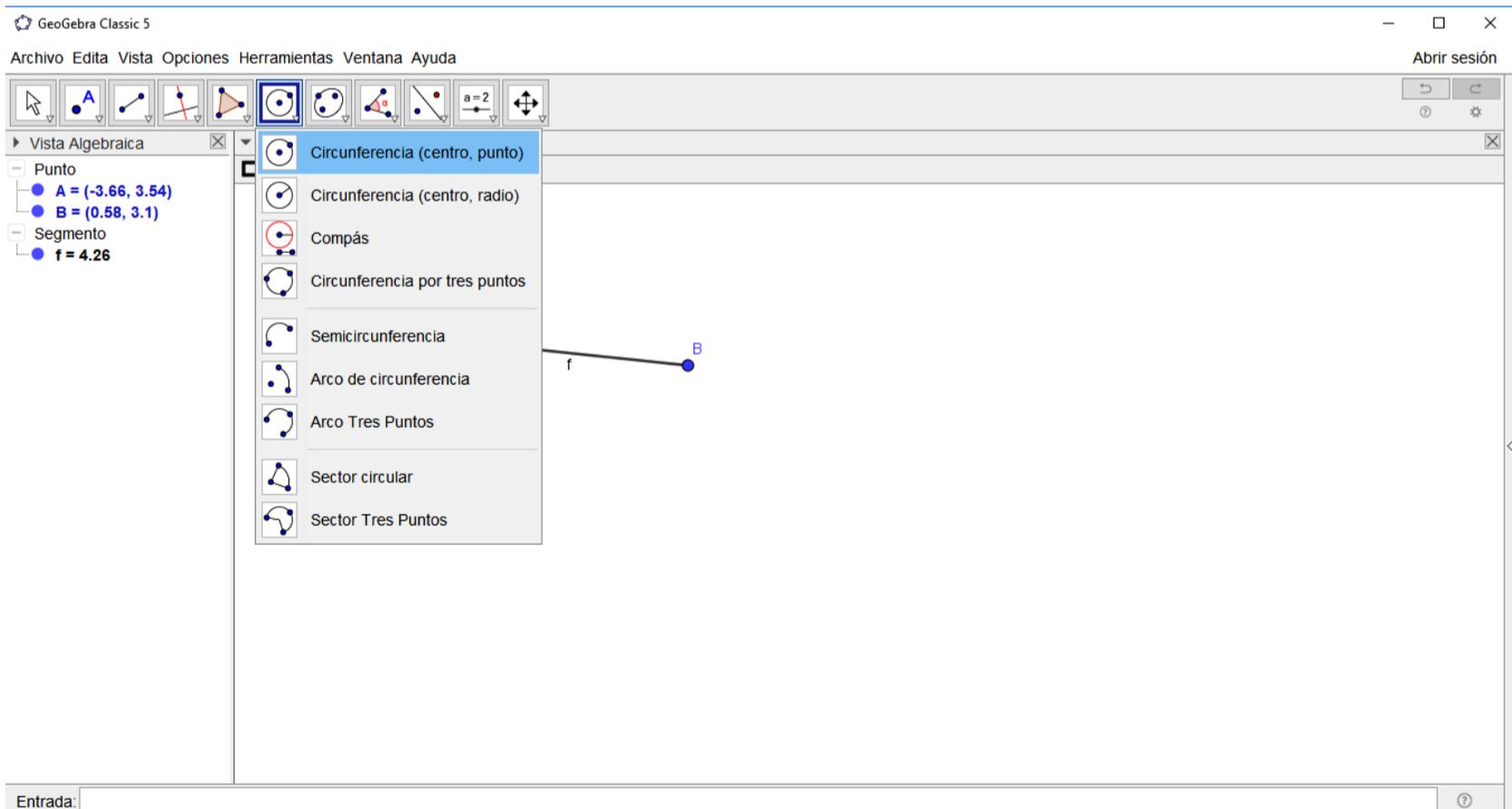
- Trazar paralelas, perpendiculares, bisectriz, mediatriz, con las herramientas del ícono *Perpendicular*:



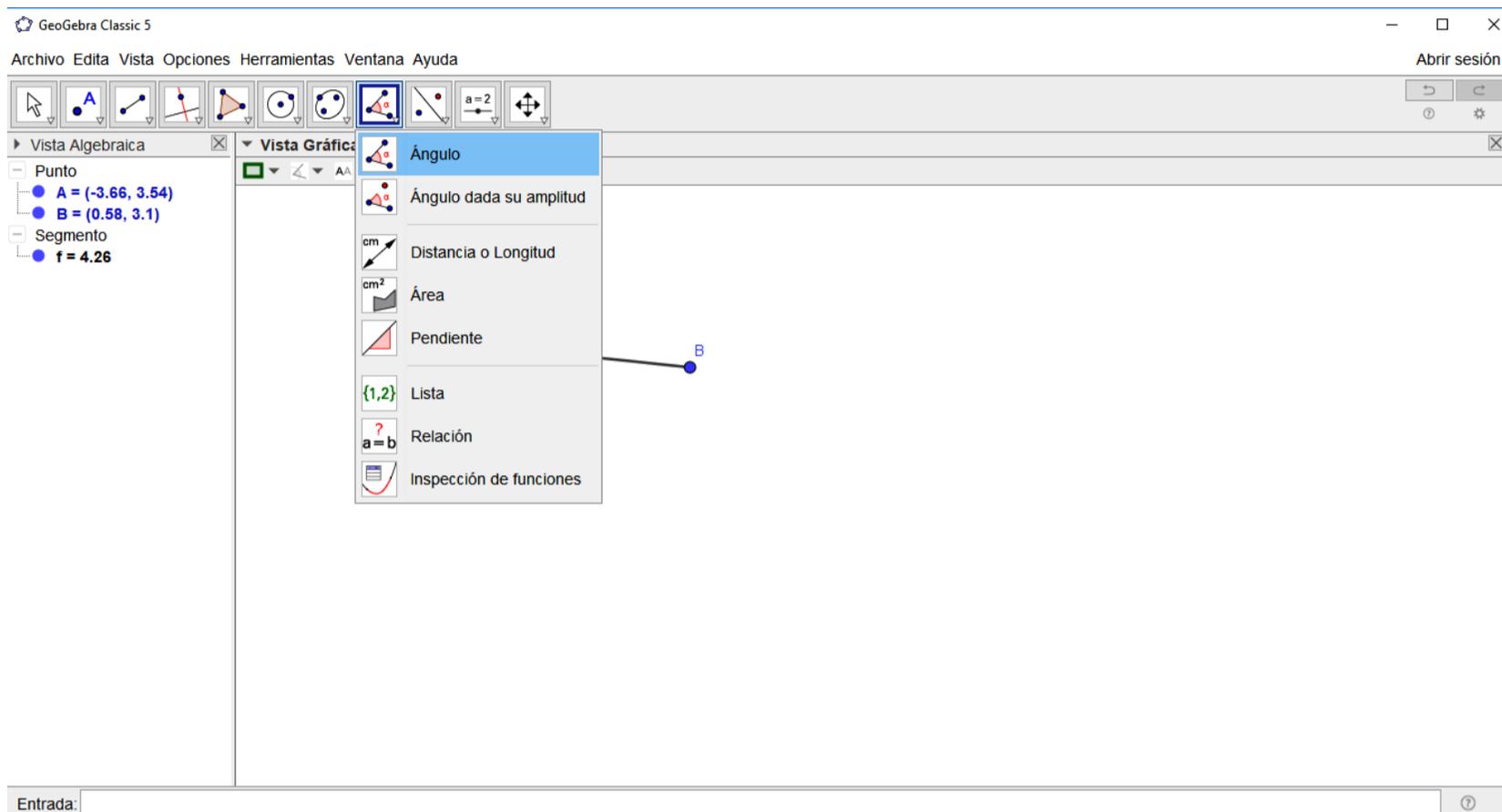
- Construir polígonos con las herramientas del ícono *Polígono*:



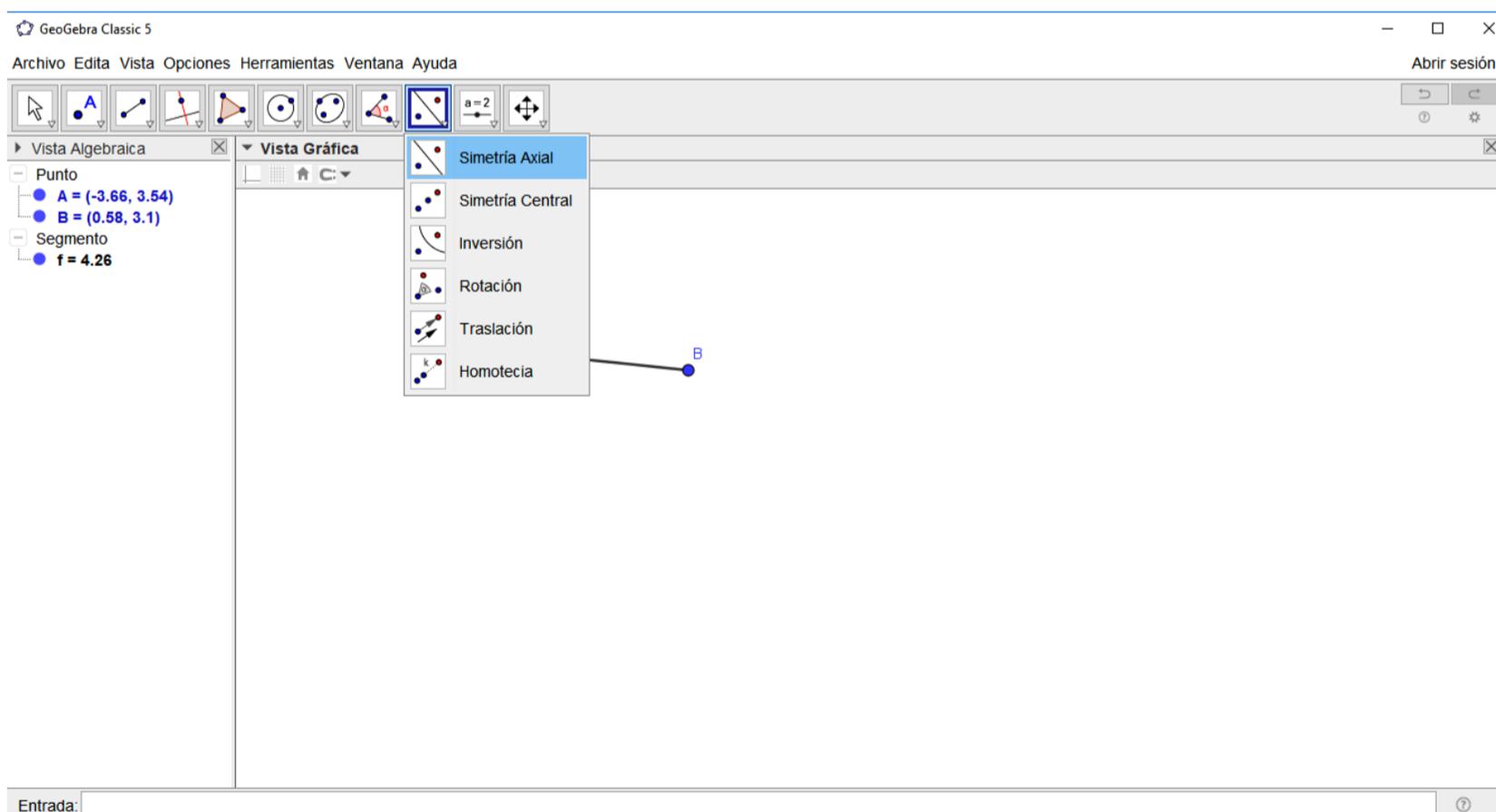
- Trazar circunferencias a partir de distintos datos con las herramientas del ícono *Circunferencia* (centro, punto):



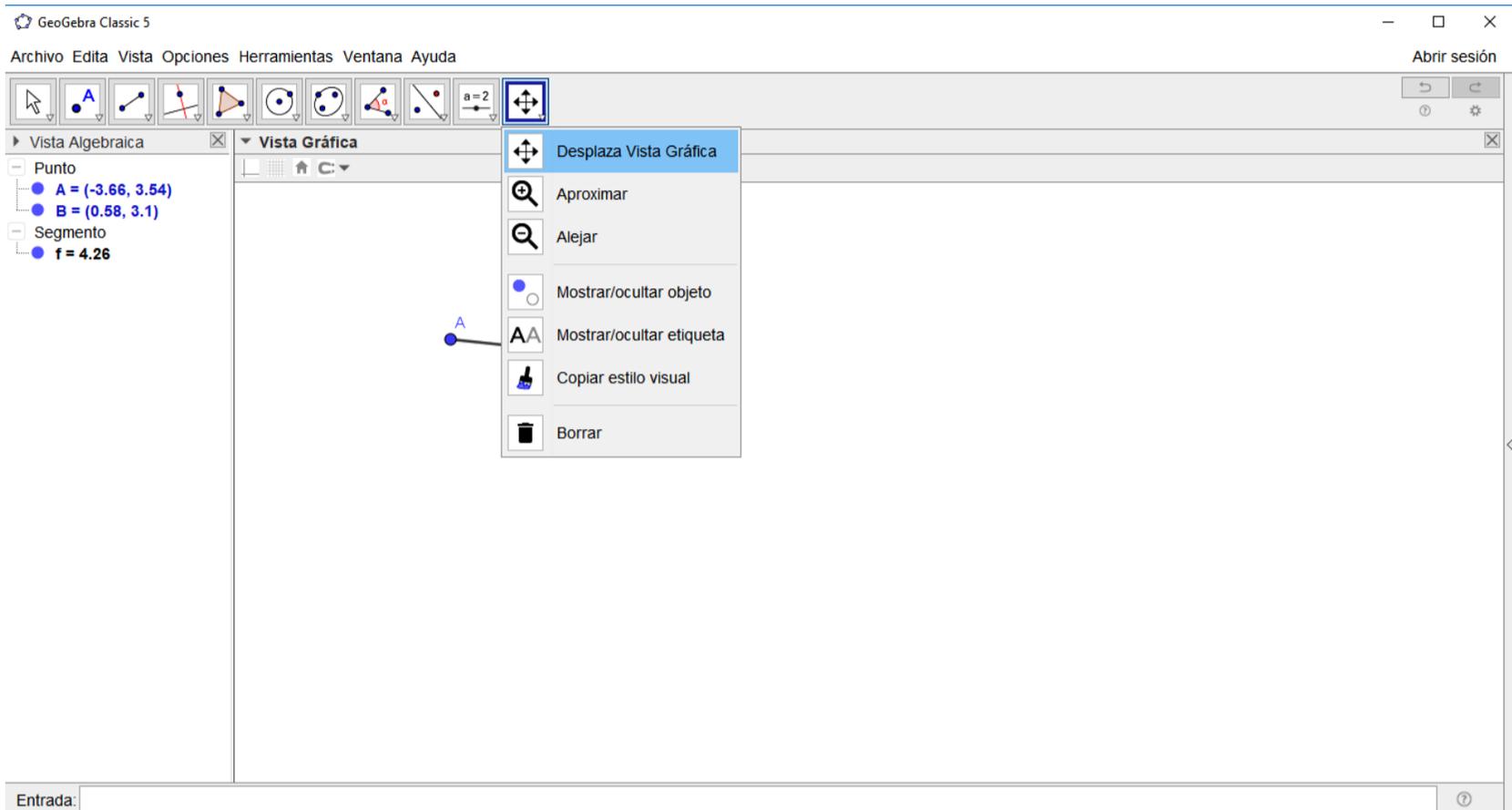
- Construir ángulos, medir distancias y áreas con las herramientas del ícono *Ángulo*:



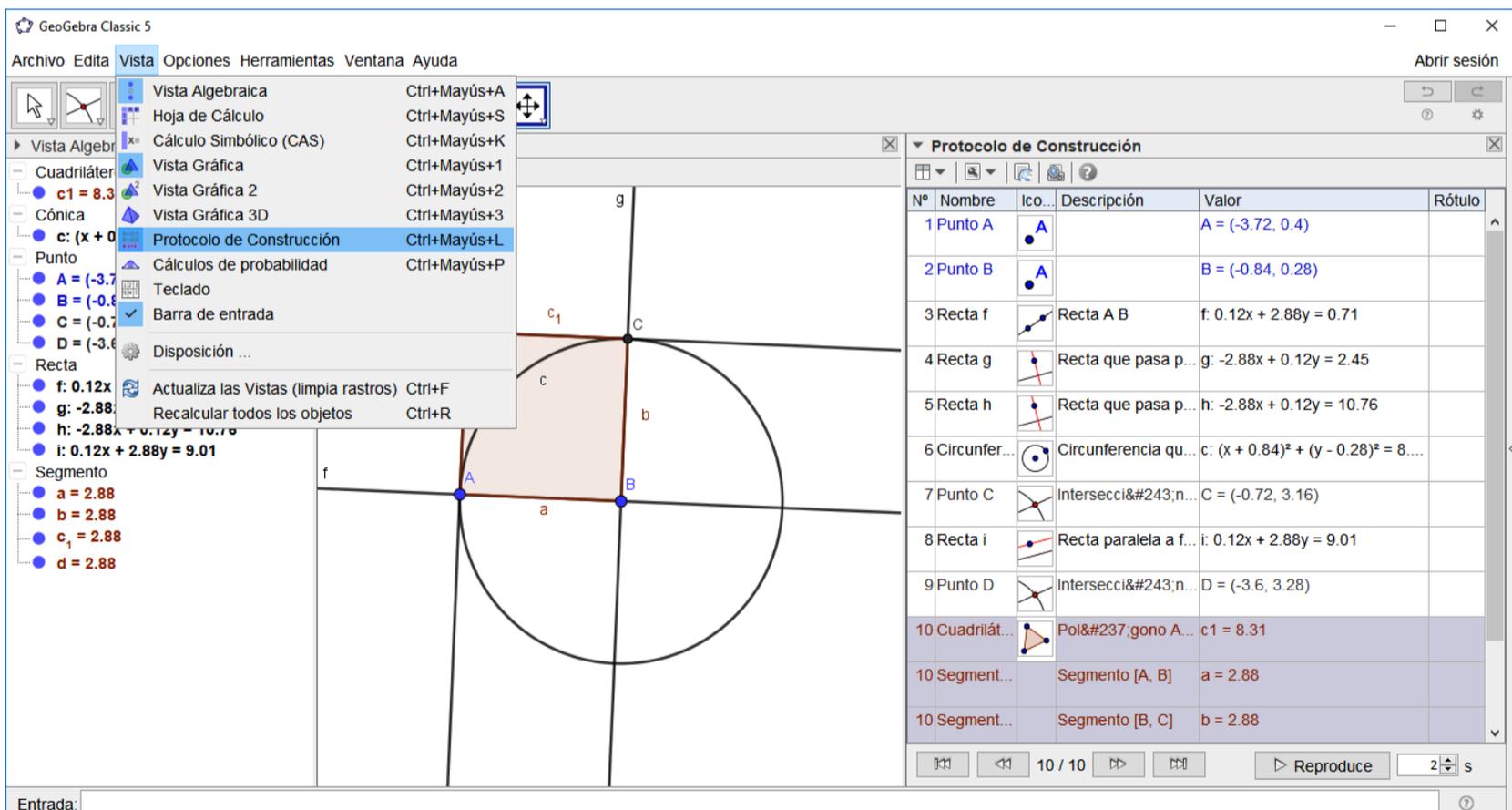
- Aplicar movimientos en el plano a partir de las herramientas del ícono *Simetría*:



- Acercar o alejar objetos a través de las herramientas del ícono *Desplaza Vista Gráfica*:



Por otro lado, también se pueden obtener los pasos de construcción seleccionando la opción *Protocolo de Construcción* del menú *Vista*:



The screenshot shows the GeoGebra Classic 5 interface. The **Vista Algebraica** panel on the left lists the following objects and their equations:

- Cuadrilátero: $c_1 = 8.31$
- Cónica: $c: (x + 0.84)^2 + (y - 0.28)^2 = 8.31$
- Punto:
 - $A = (-3.72, 0.4)$
 - $B = (-0.84, 0.28)$
 - $C = (-0.72, 3.16)$
 - $D = (-3.6, 3.28)$
- Recta:
 - $f: 0.12x + 2.88y = 0.71$
 - $g: -2.88x + 0.12y = 2.45$
 - $h: -2.88x + 0.12y = 10.76$
 - $i: 0.12x + 2.88y = 9.01$
- Segmento:
 - $a = 2.88$
 - $b = 2.88$
 - $c_1 = 2.88$
 - $d = 2.88$

The **Protocolo de Construcción** panel on the right shows the following steps:

Nº	Nombre	Ico...	Descripción	Valor	Rótulo
1	Punto A	A		$A = (-3.72, 0.4)$	
2	Punto B	A		$B = (-0.84, 0.28)$	
3	Recta f		Recta A B	$f: 0.12x + 2.88y = 0.71$	
4	Recta g		Recta que pasa p...	$g: -2.88x + 0.12y = 2.45$	
5	Recta h		Recta que pasa p...	$h: -2.88x + 0.12y = 10.76$	
6	Circunfer...		Circunferencia qu...	$c: (x + 0.84)^2 + (y - 0.28)^2 = 8.31$	
7	Punto C		Intersección...	$C = (-0.72, 3.16)$	
8	Recta i		Recta paralela a f...	$i: 0.12x + 2.88y = 9.01$	
9	Punto D		Intersección...	$D = (-3.6, 3.28)$	
10	Cuadrilát...		Polígono A...	$c_1 = 8.31$	
10	Segment...		Segmento [A, B]	$a = 2.88$	
10	Segment...		Segmento [B, C]	$b = 2.88$	

Señalamos que, en todo momento, se mantuvo activa la *Vista Algebraica*, que registra las ecuaciones de cada uno de los objetos geométricos que son construidos.

¡Los invitamos a seguir explorando GeoGebra!

Bibliografía

- G.C.B.A. [Matemática. Documento de trabajo n°5. La enseñanza de la geometría en el segundo ciclo](#). Actualización Curricular, Educación General Básica. Secretaría de Educación, Subsecretaría de Educación, Dirección General de Planeamiento, Dirección de Currícula, Ciudad Autónoma de Buenos Aires, 1998.
- G.C.B.A. [Matemática. Geometría](#). Serie Aportes para la Enseñanza. Nivel Medio. Ministerio de Educación, Subsecretaría de Educación, Dirección General de Planeamiento, Dirección de Currícula, Ciudad Autónoma de Buenos Aires, 2007.
- G.C.B.A. Ministerio de Educación. [Diseño Curricular para la Nueva Escuela Secundaria de la Ciudad de Buenos Aires. Formación general](#). Ciclo Básico del bachillerato, 2015, pp. 510-534.
- G.C.B.A. Ministerio de Educación e Innovación. [Matemática. Construcción de triángulos con GeoGebra](#). 1ª edición para el profesor. Ciudad Autónoma de Buenos Aires, Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires, 2018.
- Novembre, Andrea, Nicodemo, Mauricio y Coll, Pablo. [Matemática y TIC. Orientaciones para la enseñanza](#), Ciudad Autónoma de Buenos Aires, ANSES, 2015.
- Restrepo, Ángela María. [“Génesis instrumental del desplazamiento en Cabri-Geometre por alumnos de 11-12 años”](#). Conferencia en IberoCabri, Córdoba, 2008.

Notas

- 1 Es posible que, al intentar instalar GeoGebra, se solicite la instalación de [Java](#). Si esto llegara a suceder, deberá instalarse primero este programa.
- 2 En este sentido, se busca que las herramientas que se trabajan aparezcan como necesarias para la resolución de los problemas propuestos, al mismo tiempo que habilitan la exploración del programa.
- 3 Para profundizar en las relaciones entre dibujo y figura, se sugiere la lectura de G.C.B.A. [Matemática. Documento de trabajo n° 5. La enseñanza de la geometría en el segundo ciclo](#). Actualización Curricular, Educación General Básica. Secretaría de Educación, Subsecretaría de Educación, Dirección General de Planeamiento, Dirección de Currícula, Ciudad Autónoma de Buenos Aires, 1998.
- 4 Restrepo, Ángela María. [“Génesis instrumental del desplazamiento en Cabri-Geometre por alumnos de 11-12 años”](#). Conferencia en IberoCabri, Córdoba, 2008.
- 5 Dado que esta herramienta no apareció previamente, el docente podrá sugerir su uso en este caso.
- 6 Antes de realizar este trabajo, sería recomendable que los estudiantes hayan hecho distintos tipos de copiado de figuras: en papel cuadriculado, en hoja lisa, de igual tamaño o a una escala diferente. En el caso de las copias dinámicas en GeoGebra, estas se realizan a escala, aunque es posible que los estudiantes intenten construcciones que conserven las medidas originales de la figura.
- 7 A pesar de que esta construcción puede surgir teniendo en cuenta el trabajo previo, es importante reconocer que —para responder a la consigna **c.**— no habilita el análisis de las propiedades de la figura. En este caso, PQRS es un cuadrado solo porque fue construido como tal, y esto no es un dato que dé el problema.
- 8 Esta herramienta se encuentra al desplegar el menú *Punto*. Dado que no apareció previamente, si los estudiantes intentan marcar el punto medio de la diagonal, el docente les podrá compartir la existencia de dicha herramienta. De manera análoga, esto se aplica más adelante a la herramienta *Recta*.
- 9 Nuevamente remitimos a [Matemática. Documento de trabajo n° 5](#), *op. cit.*, para profundizar en estas reflexiones.
- 10 Esta denominación se suele utilizar para referirse a un paralelogramo que no es rectángulo ni cuadrado ni rombo.



Vamos Buenos Aires